Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИФТЭБ

Протокол № 545-2

от 31.05.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки (специальность) — [1] 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
1	4	144	32	32	0		35	0	Э
2	4	144	30	30	0		48	0	Э
3	4	144	32	32	0		26	0	Э
Итого	12	432	94	94	0	94	109	0	

АННОТАЦИЯ

В этом курсе изучаются теоретические и практические вопросы из следующих разделов: предел последовательности, предел и непрерывность функций, дифференцируемость функций. Раздел "Интегральное исчисление и функции многих переменных" является второй частью Математического анализа, а раздел "Кратные интегралы и ряды" являются третьей частью Математического анализа.

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть разделами элементарной математики в объеме средней школы. Освоение курса «Математический анализ» является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины математический анализ являются: обучение базовым разделам теории функции действительного переменного и смежных разделов математики. В том числе: дифференциальное и интегральное исчисление, векторный анализ, теория поля, элементы тензорного исчисления. Изучение этих дисциплин, в свою очередь, создает основы для изучения физических курсов по целому ряду направлений, закладывает основы математической культуры и тем самым создает фундаментальную базу для получения полноценного естественнонаучного образования.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Освоение математического анализа в его классической части является основой дальнейшего обучения студента по всем естественно научным дисциплинам. Такие разделы курса, как теория векторный анализ и теория поля идут параллельно аналогичным физическим курсам, но в отличии от последних дают и развивают математические основы соответствующих понятий и являются существенным подспорьем при изучении физических разделов курса теории поля. По этой причине указанные разделы курса имеют непосредственные выходы в прикладные области. В качестве примера можно привести некоторые из уравнений Максвелла, которые не декларируются, как базовые законы в физической теории поля, а вытекают из ряда теорем в курсе векторного анализа . Курс математического анализа является само достаточной дисциплиной, для которой однако необходимы знания элементарной математики в рамках школьного курса, аналитической геометрии и ряда разделов линейной алгебры, читаемых на 1-2 семестрах. Кроме выше сказанного изучение математического анализа необходимо для ряда математических дисциплин на старших курсах (ТФКП, уравнения математической физики, теория вероятностей). Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического и естественнонаучного образования.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1 [1] – Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	З-УК-1 [1] – Знать: методы системного и критического анализа; методики разработки стратегии действий для выявления и решения проблемной ситуации У-УК-1 [1] – Уметь: применять методы системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций; разрабатывать стратегию действий, принимать конкретные решения для ее реализации В-УК-1 [1] – Владеть: методологией системного и критического анализа проблемных ситуаций; методиками постановки цели, определения способов ее достижения, разработки стратегий действий
УКЕ-1 [1] – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 [1] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 [1] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 [1] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал дисциплин

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары)/ Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	1 Семестр						
1	Пределы. Непрерывность	1-8	16/16/0		25	к.р-8	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Производные и их приложения	9-16	16/16/0		25	к.р-15	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	Итого за 1 Семестр		32/32/0		50		
	Контрольные мероприятия за 1 Семестр				50	Э	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1,

							В-УКЕ-1
	2 Семестр						
1	Интегральное исчисление	1-8	16/16/0		25	к.р-8	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Функции многих переменных	9-15	14/14/0		25	к.р-15	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	Итого за 2 Семестр		30/30/0		50		
	Контрольные мероприятия за 2 Семестр				50	Э	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	3 Семестр						
1	Часть 1	1-8	16/16/0		25	к.р-8	З-УК-

							1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Часть 2	9-16	16/16/0		25	к.р-16	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	Итого за 3 Семестр		32/32/0		50		
	Контрольные мероприятия за 3 Семестр				50	Э	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

* – сокращенное наименование формы контроля

** – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозна	Полное наименование

чение	
к.р	Контрольная работа
Э	Экзамен

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	1 Семестр	32	32	0
1-8	**Пределы. Непрерывность**	16	16	0
1 - 8	**Последовательности. Пределы последовательностей и функций.** Предмет математики. Естествознание как источник математических понятий. Основные понятия теории множеств: множество, операции над множествами, отображение множеств, взаимно однозначное соответствие, счётные и несчётные множества.Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Действительные числа. Свойства действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа. Плотность множества рациональных чисел во множестве действительных чисел. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества иррациональных чисел. Точная верхняя и ночная нижняя грани числового множества. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Различные формы записи комплексного числа. Операции умножения, деления, возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера (без доказательства). Последовательность и её предел. Единственность предела сходящейся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях). Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве.Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов,	Всего аудиторных часов 16 Онлайн 0	 16 0	 0 0
9-16	**Производные и их приложения**	16	16	0
9 - 16	**Непрерывность и дифференцируемость функций**	Всего аудиторных часов		

	Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика. Специальные пределы: Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Свойства непрерывных функций (непрерывность суммы, произведения, частного, сохранение знака). Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. 11-12 недели.Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции. Понятие производной. Односторонние производные. Дифференцируемость функции, её дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции, геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Производная и дифференциал сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций.	16 Онлайн 0	16 0	0 0
	2 Семестр	30	30	0
1-8	**Интегральное исчисление**	16	16	0
1 - 8	**Первообразная функция и неопределённый интеграл.** Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Предел интегральных сумм. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции. Интегрируемость непрерывной	Всего аудиторных часов 16 Онлайн 0	 16 0	 0 0

<table>
<tr><td></td><td>функции, монотонной функции и разрывных функций. Формулировка критерия Лебега.
Интеграл Римана-Стилтьеса. Свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность, интегрируемость произведения интегрируемых функций, свойства, выражаемые неравенствами. Теоремы о среднем. Неравенство Коши-Буняковского.
Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Основная теорема интегрального исчисления. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые применения определённых интегралов. Понятие длины дуги гладкой кривой и её вычисление. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах.
Объём и боковая поверхность тела вращения.
Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости.
Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения.</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9-15</td><td>Функции многих переменных</td><td>14</td><td>14</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="4">9 - 15</td><td rowspan="4">Понятие координатного n-мерного пространства.
Понятие координатного n-мерного пространства. Определение евклидова пространства En. Расстояние в En. Неравенство Коши и неравенство треугольника. Понятие окрестности, внутренней, граничной точки множества, границы множества, открытого множества, замкнутой области. Сходящиеся последовательности точек в En. Критерий Коши сходимости последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
Функция точки n-мерного евклидова пространства. Предел функции. Повторные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Простейшие свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.
Понятие дифференцируемой функции и полного дифференциала. Частные производные и производные по направлению. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций . Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Существование производной по любому направлению у дифференцируемой функции.
Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Градиент функции,</td><td colspan="3">Всего аудиторных часов</td></tr>
<tr><td>14</td><td>14</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Онлайн</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>

	его основные свойства. Частные производные высших порядков, условия их независимости от порядка дифференцирования. Классы функций . Дифференциалы высших порядков. Теорема Лагранжа. Формула Тейлора. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции класса . Достаточные условия экстремума функции класса двух и большего числа переменных. Теорема о неявной функции, определяемой уравнением Теорема о неявной функции, определяемой уравнением F (x,y)= 0. Условный экстремум (общие понятия). Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование интегралов. Эйлеровы интегралы.			
	3 Семестр	32	32	0
1-8	**Часть 1**	16	16	0
1 - 8	**Ряды** Сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши-Маклорена. Последовательности и ряды функций. Поточечная сходимость. Равно-мерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле). Почленный переход к пределу в рядах и последовательностях. Непрерывность суммы функционального ряда и предельной функции функциональной последовательности. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Теорема Коши – Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Единственность разложения. Критерий разложимости функции в ряд Тейлора, достаточные условия разложимости. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Абсолютная сходимость, равномерная сходимость.	Всего аудиторных часов 16 Онлайн 0	 16 0	 0 0
9-16	**Часть 2**	16	16	0

9 - 16	**Кратные и криволинейные интегралы** Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь фигуры. Множество меры нуль. Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций на плоских областях. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана непрерывно дифференцируемого отображения. Замена переменных в двойных интегралах. Тройные интегралы от ограниченной функции в замкнутой области. Классы интегрируемых функций. Свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. Случай цилиндрических и сферических координат.Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Ориентированные кривые и криволинейный интеграл второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.	Всего аудиторных часов 16	 16	 0
		Онлайн 0	 0	 0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	**Полное наименование**
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Недели	**Темы занятий / Содержание**
	1 Семестр
1 - 8	**Последовательности. Пределы последовательностей и функций.** Основные понятия теории множеств: множество, операции над множествами, отображение множеств, взаимно однозначное соответствие, счётные и несчётные множества.Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Плотность множества рациональных чисел во множестве действительных чисел. Счётность множества рациональных чисел и несчётность множества

	иррациональных чисел. Точная верхняя и ночная нижняя грани числового множества. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Различные формы записи комплексного числа. Операции умножения, деления, возведения в степень и извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма представления комплексного числа. Формулы Эйлера. Последовательность и её предел. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях). Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве. Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов,
9 - 16	**Непрерывность и дифференцируемость функций** Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика. Специальные пределы: Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Свойства непрерывных функций (непрерывность суммы, произведения, частного, сохранение знака). Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции и их классификация. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Ограниченность непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Промежуточные значения непрерывной функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции. Понятие производной. Односторонние производные. Дифференцируемость функции, её дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции, геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Производная и дифференциал сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных

	параметрически. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы дифференциала первого порядка. Правило Лопиталя раскрытия неопределённостей. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций.
	2 Семестр
1 - 8	**Первообразная функция и неопределённый интеграл.** Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Разбиение отрезка, характеристика разбиения. Интегральные суммы. Предел интегральных сумм. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и разрывных функций. Формулировка критерия Лебега. Интеграл Римана-Стилтьеса. Свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность, интегрируемость произведения интегрируемых функций, свойства, выражаемые неравенствами. Неравенство Коши-Буняковского. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые применения определённых интегралов. Понятие длины дуги гладкой кривой и её вычисление. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах. Объём и боковая поверхность тела вращения. Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения.
9 - 15	**Понятие координатного n-мерного пространства.** Понятие координатного n-мерного пространства. Определение евклидова пространства En. Расстояние в En. Неравенство Коши и неравенство треугольника. Понятие окрестности, внутренней, граничной точки множества, границы множества, открытого множества, замкнутой области. Сходящиеся последовательности точек в En. Критерий Коши сходимости последовательности. Функция точки n-мерного евклидова пространства. Предел функции. Повторные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных

	замкнутых множествах. Понятие дифференцируемой функции и полного дифференциала. Частные производные и производные по направлению. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Класс функций . Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Существование производной по любому направлению у дифференцируемой функции. Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Градиент функции, его основные свойства. Частные производные высших порядков, условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции двух и большего числа переменных. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование интегралов. Эйлеровы интегралы.
	3 Семестр
1 - 8	**Ряды** Сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Числовые ряды с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши-Маклорена. Последовательности и ряды функций. Поточечная сходимость. Равно-мерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости функциональных рядов (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле). Почленный переход к пределу в рядах и последовательностях. Непрерывность суммы функционального ряда и предельной функции функциональной последовательности. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей и рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенного ряда. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Единственность разложения. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора. Степенные ряды в комплексной области. Круг и радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от

	параметра. Абсолютная сходимость, равномерная сходимость.
9 - 16	**Кратные и криволинейные интегралы** Квадрируемые фигуры на плоскости. Площадь фигуры. Множество меры нуль. Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций на плоских областях. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Геометрический смысл модуля якобиана непрерывно дифференцируемого отображения. Замена переменных в двойных интегралах. Тройные интегралы от ограниченной функции в замкнутой области. Классы интегрируемых функций. Свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройных интегралах. Случай цилиндрических и сферических координат.Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Определение криволинейного интеграла первого рода и его свойства. Сведение к интегралу по отрезку. Ориентированные кривые и криволинейный интеграл второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются образовательные технологии в форме лекций и практических (семинарских) занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса широко используются тестовые технологии, то есть специальный банк вопросов в открытой и закрытой форме, ответы на которые позволяют судить об усвоении студентом данного курса. Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы.Предполагается использование современных информационных технологий: компьютерная рассылка заданий и итогов их выполнения, предоставление компьютерного варианта лекций , объявление минимального набора требований к сдаче заданий , рассылка вопросов на экзамен.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)	Аттестационное мероприятие (КП 2)	Аттестационное мероприятие (КП 3)
УК-1	З-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16

	В-УК-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
УКЕ-1	З-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16
	В-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-15	Э, к.р-8, к.р-16

Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – *«отлично»*	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «*хорошо*»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «*удовлетворительно*»		Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64		E	
Ниже 60	2 – «*неудовлетворительно*»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ К 78 Краткий курс математического анализа Т. 1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды, : , 2008

2. 517 К78 Кратные и криволинейные интегралы : учебно-методическое пособие, Москва: НИЯУ МИФИ, 2013

3. ЭИ Т 35 Курс математического анализа : учебное пособие для вузов, Москва: Лаборатория знаний, 2020

4. ЭИ Д 30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань, 2022

5. ЭИ Г71 Специальные главы функционального анализа : числовые и функциональные ряды, Москва: НИЯУ МИФИ, 2013

6. 517 И46 Основы математического анализа Ч. 1 , , Москва: Физматлит, 2008

7. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Б. П. Демидович, Москва: АСТ, 2010

8. ЭИ З-39 Зачет по математическому анализу. 1 семестр : , С. А. Гришин [и др.], Москва: МИФИ, 2009

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 517 К88 Краткий курс математического анализа Т.1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды, , Москва: Физматлит, 2005

2. 517 К88 Курс математического анализа Т.1 Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной, , : Дрофа, 2006

3. ЭИ Г71 Числовые и функциональные ряды : учебное пособие для вузов, А. П. Горячев, Москва: МИФИ, 2007

4. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Б. П. Демидович, Москва: АСТ, 2010

5. ЭИ Ш34 Начала математического анализа. Числа и множества чисел. Последовательности и их пределы. Пределы и непрерывность функций. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учебное пособие для вузов, С. В. Шведенко, Москва: НИЯУ МИФИ, 2011

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

https://online.mephi.ru/

http://library.mephi.ru/

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1.1. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям

Программа курса и семестровый календарный план составлены так, что темы практических занятий следуют за темами лекций, и они доступны каждому студенту на сайте НИЯУ МИФИ. Чтобы хорошо подготовиться к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, проработать лекционный материал. Все непонятные вопросы теории можно (и нужно) задать преподавателю в начале практического занятия.

На семинарах, как правило, рассматриваются вопросы и задачи, дающие возможность более глубоко постичь изучаемый раздел курса. Во время семинарских занятий учат правильно ставить и решать задачи, а также анализировать их решения. По теме, пройденной на семинаре, даются задачи для самостоятельного домашнего решения. Усвоение темы во многом зависит от осмысленного выполнения домашнего задания, вдумчивого решения заданных задач. Нерешенные дома задачи разбираются преподавателем на следующем семинаре.

При решении задач целесообразно руководствоваться следующими правилами. Прежде всего необходимо хорошо вникнуть в суть задачи, записать кратко ее условие. Если позволяет характер задачи, обязательно сделать рисунок, поясняющий ее сущность. За редким исключением, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях.

Решение задачи принесет наибольшую пользу только в том случае, когда обучающийся решит ее самостоятельно. Решить задачу без помощи, без подсказки часто бывает нелегко и не всегда удается. Но даже не увенчавшиеся успехом попытки найти решение, если они предпринимались достаточно настойчиво, приносят ощутимую пользу, так как развивают мышление и укрепляют волю. Следует иметь в виду, что решающую роль в работе над поставленными задачами, как и вообще в науке, играют сила воли и трудолюбие.

1.2. Методические рекомендации для усвоения теоретического курса

Для успешного усвоения математических дисциплин необходимо придерживаться определенной методики. Основное условие успеха – систематические занятия. Почти бесполезно только читать любой учебник, его необходимо конспектировать, т.е. записывать самое главное из того, что прочитано (записывать нужно свои мысли, а не переписывать текст учебника). Все, что осталось непонятным, нужно на ближайшем занятии (лекция, семинар) спросить у преподавателя, после чего записать самое главное из вновь понятого, а об оставшемся неясным (так бывает) переспросить.

После того, как вы научились давать определения, формулировать аксиомы, леммы и теоремы (математически правильно и грамматически верно), можно считать изучение данного раздела законченным. Ничего, включая важнейшие выводы, определения и формулировки, не надо учить наизусть, тем более доказательства разных утверждений. При необходимости понятый и закрепленный материал вы сможете легко вспомнить. Прорабатывая материал, полезно пользоваться разными учебниками. При подготовке к экзаменам вам достаточно будет собственного конспекта.

2. Права и обязанности студента.

2.1. Студент имеет право:

1) на получение ответов на интересующие его вопросы по изучаемой дисциплине от преподавателя, ведущего практические занятия;

2) на консультацию по теории изучаемой дисциплины в течение семестра и перед экзаменом.

2.1. Студент обязан:

1) регулярно посещать лекции и семинары, работать на практических занятиях, выполнять все текущие домашние задания по изучаемой дисциплине;

2) пройти аттестацию по всем разделам данной дисциплины;

3) в конце семестра сдать теоретический экзамен или зачет с оценкой по соответствующей дисциплине.

Для аттестации по разделам (допуска к экзамену) студенту необходимо получить не менее 60% от максимального числа баллов за каждый раздел дисциплины. Экзамен считается сданным, если за знание теоретической части студент получит не менее 60% от максимального числа баллов, т.е. не менее 30 баллов. Итоговая оценка за семестр по дисциплине (экзаменационная) ставится сложением полученных баллов за контроль практики с оценкой знаний теории.

11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Основные принципы обучения математическим дисциплинам

1.1. Основная цель обучения – научить студентов логически мыслить; познакомить с аксиомами в математике и методами доказательства различного рода утверждений; научить применять полученные теоретические знания к решению математических и физических задач.

1.2. Обучение должно органически сочетаться с воспитанием. Необходимо развивать в студентах волевые качества и трудолюбие. Ненавязчиво, к месту прививать элементы культуры поведения. Преподаватель должен личным примером воспитывать в студентах пунктуальность и уважение к чужому времени: входить в аудиторию со звонком, заканчивать занятия также со звонком, даже если для этого придется прерваться на полуслове. После финишного звонка начинается личное время студента, посягать на которое преподаватель не имеет права.

1.3. Обучение не должно быть пассивным. Выписав задание на доске, преподаватель должен интересоваться, как у студентов продвигается решение поставленных задач, и, при необходимости, организовать разбор наиболее трудных из них. Одно из важнейших условий успешного обучения – суметь организовать работу студентов.

1.4. Необходимо строить обучение так, чтобы в овладении материалом основную роль играла память логическая, а не формальная. Запоминание должно достигаться через глубокое понимание. Нужно непримиримо бороться с «зубрежкой».

1.5. Отношение преподавателя к студентам должно носить характер доброжелательной требовательности. Для стимулирования работы студентов надо использовать поощрение, похвалу, одобрение, но не порицание (порицание может применяться лишь в исключительных случаях).

1.6. Преподаватель должен быть для студентов доступным. Не старайтесь выглядеть всезнающим и непогрешимым, не стыдитесь признаваться в ошибках или незнании чего-либо. Это не уронит, а, напротив, упрочит ваш авторитет.

1.7. Необходим регулярный контроль за работой студентов. Правильно построенный, он помогает им организоваться в занятиях, а преподавателю – оказать студенту в нужный момент необходимую помощь.

2. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции

2.1. При чтении лекций необходимо придерживаться календарного плана, разработанного на кафедре по данной дисциплине (см. Рабочую программу учебной дисциплины).

2.2. Проводить коррекцию плана семинарских занятий по читаемому курсу, чтобы те преподаватели, которые ведут практические занятия в группах данного потока знали, какие темы прочитаны, а какие еще нет. Лектор должен отслеживать ход проведения практических занятий по данной дисциплине.

2.3. Курировать работу молодых преподавателей, ведущих практические занятия по данной дисциплине. При необходимости оказывать методическую помощь нуждающимся при проведении сложных тем.

2.4. Необходимо проводить консультации по прочитанному материалу с разъяснением трудно воспринимаемых разделов.

3. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции впервые

3.1. Процесс подготовки лекции состоит в следующем. Необходимо сразу после прочтения очередной лекции начинать готовиться к следующей. Составить план лекции, в котором указать, какие вопросы и в какой последовательности будут излагаться.

Подготовить конспект лекции, а затем попытаться, не заглядывая в учебник или конспект, проделать необходимые выкладки. Затем за 1-2 дня до лекции вам надо повторить этот процесс. Если вам удается записать читаемый материал без каких-либо затруднений, можете быть уверенными, что во время лекции вы не собьетесь.

3.2. Лекции должны быть эмоционально окрашенными. Необходимо увлекать слушателей своей эрудицией. Читая лекцию, нужно стремиться будить мысль, рассуждать вслух, вовлекая в этот процесс студентов. Когда бывает возможно, предлагать студентам сообразить, каким может быть искомый результат. Надо стараться подчеркивать логику рассуждений при доказательствах тех или иных утверждений, приучая студентов к логическому мышлению.

3.3. Желательно придерживаться следующей техники чтения лекции. В начале лекции надо напомнить, что было в предыдущий раз, затем дать краткий обзор для ориентировки, т.е. о чем пойдет речь в предстоящей лекции. Читая лекцию, нужно все время заботиться о том, чтобы вас понимали.

Говорить громко, внятно, разборчиво. Писать крупно, аккуратно и четко. Не надо бегать перед доской, мельтешить перед студентами – это мешает слушателям сосредоточиться. Вместе с тем, не следует уподобляться истукану.

3.4. Необходимо понимать самому и разъяснить это студентам, что в учебнике и в лекции могут рассматриваться одни и те же вопросы, но в разных ракурсах и различными выразительными средствами. В отличие от учебника в лекции используются жесты, мимика, большая свобода и выразительность речи. Можно сказать, что лекция и учебник не дублируют, а дополняют друг друга.

4. Методические рекомендации преподавателям, ведущим практические занятия

4.1. Очень важно добиться того, чтобы с самого начала сложились правильные взаимоотношения между преподавателем и студентами. Со стороны преподавателя характер отношения к студентам определяется словами: доброжелательная требовательность. Со стороны студентов желательно, чтобы они относились к преподавателю с доверием и искренностью, не пытались обманывать.

4.2. Основная и очень трудная задача – добиться того, чтобы студент регулярно и интенсивно работал над теорией и домашними заданиями. Студенты должны быть приучены к этому с первого дня, чтобы это казалось им естественным, само собой разумеющимся.

4.3. В начале занятия надо проводить опрос о выполнении домашнего задания, чтобы понять, насколько трудным оно было для студентов и как они усвоили предыдущий материал. При необходимости нужно разобрать наиболее трудные задачи на доске.

4.4. При проведении семинарских занятий необходимо придерживаться плана практических занятий по данной дисциплине (см. Фонд оценочных средств по данной дисциплине и соответствующему направлению).

4.5. Необходимо вовлекать студентов в активную работу на семинаре, вызывая к доске поочередно каждого студента. Это мобилизует их для изучения рассматриваемого материала.

4.6. Каждый преподаватель должен согласовывать с лектором дату проведения и тематику контрольных мероприятий. Результаты этих мероприятий должны быть объявлены студентам, а также показаны им их работы и объяснены те ошибки, которые они допустили.

4.7. Каждый преподаватель обязан своевременно подавать сведения о посещаемости практических занятий и о результатах проводимого контроля знаний в системе на сайте eis.mephi.ru

Автор(ы):

Петрова Марина Алексеевна, к.ф.-м.н., доцент