## Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

# ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО

УМС ЛАПЛАЗ Протокол №1/08-577 от 29.08.2024 г. УМС ИИКС Протокол №8/1/2025 от 25.08.2025 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки (специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
6	4	144	30	0	30		39	0	Э
7	4	144	32	32	0		26	0	Э
Итого	8	288	62	32	30	45	65	0	

#### **АННОТАЦИЯ**

В курсе рассматриваются основные понятия теории разностных схем, обсуждаются современные подходы и методы решения систем линейных алгебраических уравнений, краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе вариационные методы.

#### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины является: формирование у студентов навыков построения эффективных численных алгоритмов решения задач математической физики, краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, получение навыков использования современных пакетов прикладных программ, программ аналитических вычислений.

## 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория функций комплексного переменного», «Дополнительные главы теории функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики».

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания используются при подготовке выпускной квалификационной работы, при проведении научно-исследовательской работы.

# 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен применять	3-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания
фундаментальные знания,	окружающего мира, знать фундаментальный
полученные в области	математический аппарат;
математических и (или)	У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и
естественных наук, и использовать	математические методы исследования различных явлений,
их в профессиональной	процессов и задач
деятельности	В-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных
	явлений и процессов с использованием
	естественнонаучного и математического подхода
ОПК-2 [1] – Способен	3-ОПК-2 [1] – знать существующие математические
использовать и адаптировать	методы и системы программирования необходимые для
существующие математические	реализации алгоритмов решения прикладных задач
методы и системы	У-ОПК-2 [1] – уметь использовать и адаптировать
программирования для разработки	существующие математические методы и системы
и реализации алгоритмов решения	программирования необходимые для реализации

прикладных задач	алгоритмов решения прикладных задач
	В-ОПК-2 [1] – владеть навыками реализации
	математических алгоритмов для решения прикладных
	задач с использованием существующих систем
	программирования

Профессиональные компетенции в соотвествии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
	научно-иссл	педовательский	
Изучение и систематизация новых научных результатов, научной литературы или научно- исследовательских проектов в соответствии с профилем профессиональной деятельности.	Научные статьи и тезисы конференций, научно-технические отчеты, опубликованные результаты научных исследований, соответствующая документация.	ПК-1 [1] - Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий  Основание: Профессиональный стандарт: 40.011	3-ПК-1[1] - знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации;; У-ПК-1[1] - уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи;; В-ПК-1[1] - владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации результатов научных исследований;
Разработка математических моделей, алгоритмов и методов для решения различных задач.	Математические модели и алгоритмы.	ПК-2 [1] - Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	3-ПК-2[1] - знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных

Основание: прикладных задач; У-ПК-2[1] -Профессиональный стандарт: 06.001 использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач; В-ПК-2[1] - владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов проектный Реализация научных Научно-ПК-5 [1] - способен к 3-ПК-5[1] - знать разработке, реализации принципы оценки проектов, исследовательские и оценке проектов составление научнопроекты, научнонаучнотехнических отчетов, техническая научноисследовательских конкурсной документация, исследовательской и проектов при документации, научные статьи и инновационной проведении их экспертиза научных экспертизы;; заявки на направленности проектов по тематике У-ПК-5[1] - уметь проведение научнопроводить разработку профессиональной исследовательских Основание: Профессиональный и экспертизу научнодеятельности, проектов. стандарт: 40.008, исследовательских составление рецензий 40.011 на научные статьи, проектов;; В-ПК-5[1] - владеть подготовка заявок на навыками разработки выполнение научноисследовательских и экспертизы научнопроектов. исследовательских проектов;

### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал
воспитания		дисциплин

Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование творческого инженерного/профессионального	1.Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для развития навыков
	мышления, навыков организации	коммуникации, командной
	коллективной проектной	работы и лидерства,
	деятельности (В22)	творческого инженерного
		мышления, стремления
		следовать в профессиональной деятельности нормам
		поведения, обеспечивающим
		нравственный характер
		трудовой деятельности и
		неслужебного поведения,
		ответственности за принятые
		решения через подготовку
		групповых курсовых работ и
		практических заданий, решение
		кейсов, прохождение практик и
		подготовку ВКР.
		2.Использование
		воспитательного потенциала
		дисциплин профессионального
		модуля для: - формирования
		производственного
		коллективизма в ходе совместного решения как
		модельных, так и практических
		задач, а также путем
		подкрепление рационально-
		технологических навыков
		взаимодействия в проектной
		деятельности эмоциональным
		эффектом успешного
		взаимодействия, ощущением
		роста общей эффективности
		при распределении проектных
		задач в соответствии с
		сильными компетентностными
		и эмоциональными свойствами
П 1	C	членов проектной группы.
Профессиональное	Создание условий,	Использование
воспитание	обеспечивающих, формирование	воспитательного потенциала
	культуры информационной безопасности (В23)	дисциплин профессионального модуля для формирование
	Occidentella (D23)	базовых навыков
		информационной безопасности
		через изучение последствий
		халатного отношения к работе
		с информационными
		системами, базами данных
		(включая персональные

данные), приемах и методах
злоумышленников,
потенциальном уроне
пользователям.

# 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

No	Наименование			· •			
п.п	паименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары )/ Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	6 Семестр						
1	Первый раздел	1-8	15/0/15		25	КИ-8	3-OIIK-1, Y-OIIK-1, B-OIIK-2, 3-OIIK-2, Y-OIIK-2, B-OIIK-2, 3-IIK-1, Y-IIK-1, B-IIK-1, 3-IIK-2, Y-IIK-2, Y-IIK-5, Y-IIK-5, B-IIK-5
2	Второй раздел	9-15	15/0/15		25	КИ-15	3-OПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-2, У-ОПК-2, В-ОПК-2, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-2, У-ПК-2, У-ПК-2, У-ПК-5, У-ПК-5, У-ПК-5,
	Итого за 6 Семестр		30/0/30		50		

	Контрольные мероприятия за 6 Семестр  7 Семестр			50	Э	3-OПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-2, У-ОПК-2, В-ОПК-2, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5
1	Первый раздел	1-8	16/16/0	25	КИ-8	3-OIIK-1, Y-OIIK-1, B-OIIK-1, 3-OIIK-2, Y-OIIK-2, B-OIIK-2, 3-IIK-1, Y-IIK-1, B-IIK-2, Y-IIK-2, Y-IIK-2, B-IIK-5, Y-IIK-5, B-IIK-5
2	Второй раздел	9-16	16/16/0	25	КИ-16	3-OΠK-1, Y-OΠK-1, B-OΠK-1, 3-OΠK-2, Y-OΠK-2, B-OΠK-2, 3-ΠΚ-1, Y-ΠΚ-1, B-ΠΚ-1, 3-ΠΚ-2, Y-ΠΚ-2, Y-ΠΚ-2, B-ΠΚ-5, Y-ΠΚ-5, B-ΠΚ-5,
	Итого за 7 Семестр		32/32/0	50		
	Контрольные мероприятия за 7 Семестр			50	Э	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-2, У-ОПК-2,

			В-ОПК-2,
			3-ПК-1,
			У-ПК-1,
			В-ПК-1,
			3-ПК-2,
			У-ПК-2,
			В-ПК-2,
			3-ПК-5,
			У-ПК-5,
			В-ПК-5

<sup>\* –</sup> сокращенное наименование формы контроля

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
Э	Экзамен

# КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек.,	Пр./сем.,	Лаб.,
		час.	час.	час.
	6 Семестр	30	0	30
1-8	Первый раздел	15	0	15
1 - 8	Тема 1. Введение в разностные методы.	Всего а	удиторных	часов
	Роль численных методов в современных задачах	15	0	15
	математики, физики, техники. Основные уравнения	Онлайн	Ī	
	математической физики – уравнение переноса, волновое	0	0	0
	уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение			
	Пуассона. Постановки начальных, краевых и смешанных			
	задач для основных уравнений математической физики.			
	Основные понятия теории разносных схем. Сетка,			
	сеточная функция. Простейшие разностные операторы.			
	Примеры схем для уравнения переноса, уравнения			
	теплопроводности, волнового уравнения, уравнения			
	Пуассона. Явные схемы, неявные схемы, двухслойные			
	схемы, трехслойные схемы. Сходимость, аппроксимация.			
	Гибкие и негибкие разностные схемы. Устойчивость			
	разностной схемы. Условно устойчивые и абсолютно			
	устойчивые схемы. Основная теорема теории разносных			
	схем. Первое дифференциальное приближение. Примеры.			
	Схемная вязкость. Схемная дисперсия. Построение схемы			
	второго порядка аппроксимации для уравнения переноса			
	методом неопределенных коэффициентов. Схема Лакса-			
	Вендрофа. Схема Лакса-Вендрофа для неоднородного			
	уравнения переноса. Необходимое условие устойчивости			
	по начальным данным задачи Коши для двухслойных			
	эволюционных разностных схем (признак фон Неймана).			

<sup>\*\* –</sup> сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

•	Примеры применения признака фон Неймана для			
	разностных схем вида			
	$u_j^{n+1}=\sum_k u_k^{j+k}^n$ . Геометрический			
	признак устойчивости Р.Куранта на примере разностных			
	схем для одномерного уравнения переноса. Необходимое			
	и достаточное условие устойчивости задачи Коши по			
	начальным данным двухслойных эволюционных			
	разностных на неограниченной прямой. Устойчивость в -			
	норме. Критерий устойчивости двухслойных			
	эволюционных разностных схем. Следствия критерия			
	устойчивости. Принцип максимума (достаточное условие			
	устойчивости в равномерной норме) для двухслойных			
	разностных схем. Примеры применения принципа			
	максимума для уравнения переноса и уравнения			
	теплопроводности.			
9-15	Второй раздел	15	0	15
9 - 10	Тема 2. Монотонность разностных схем.		удиторны:	
, 10	Положительность и монотонность эволюционных	4	0	4
	двухслойных разностных схем для уравнения переноса и	Онлайн	_	<u> </u>
	уравнения теплопроводности. Критерий положительности	0	0	0
	(монотонности) (первая теорема С.К.Годунова). Вторая		0	
	теорема С.К.Годунова. Запись неявных двухслойных			
	разностных схем в виде			
	$u_j^{n+1}=\sum_{k=k}^{n} b \ln k $ $u_j^{n+1}=\sum_{k=k}^{n} \ln k $ . Примеры.			
	Монотонные разностные схемы для одномерного			
	уравнения теплопроводности. Монотонность схемы с			
	весами.			
11 - 12	Тема 3. Разностные схемы для многомерного	Всего а	ц удиторны:	у часов
11 12	уравнения теплопроводности.			
	jpublichim remionpobognocim	14	1 ()	14
	Решение разностных уравнений в случае неявных схем.	4 Онлайн	0	4
	Решение разностных уравнений в случае неявных схем.  Лостаточные условия хорошей обусловленности	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности		-	0
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка.	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы.	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации.	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного	Онлайн	H	
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для	Онлайн	H	
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.	Онлайн 0	0	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле.	Онлайн 0	удиторны	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения	Онлайн       0       Всего а       4	удиторны:	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн	удиторны: 0	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи.	Онлайн       0       Всего а       4	удиторны:	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн	удиторны: 0	0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн	удиторны: 0	0 х часов 4
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн 0	удиторны: 0 н 0	0 0 х часов 4 0
13	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.  Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса.	Онлайн       0       Всего а       4       Онлайн       0       Всего а	удиторны: 0  0  0  1 0  иудиторны:	0 0 4 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка.  Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.  Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса. Понятие об обобщенном решении квазилинейного	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн 0 Всего а 3	удиторны: 0  0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0  1	0 0 х часов 4 0
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка.  Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.  Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса. Понятие об обобщенном решении квазилинейного уравнения переноса. Задача о распаде разрыва.	Онлайн         0         Всего а         4         Онлайн         0         Всего а         3         Онлайн	удиторны: 0  0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0 1 1 0 1	0 х часов 4 0 х часов 3
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка.  Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.  Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса. Понятие об обобщенном решении квазилинейного уравнения переноса. Задача о распаде разрыва. Соотношения на разрыве. Консервативные разностные	Онлайн 0 Всего а 4 Онлайн 0 Всего а 3	удиторны: 0  0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0  1	0 0 4 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
	Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка.  Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.  Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.  Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса. Понятие об обобщенном решении квазилинейного уравнения переноса. Задача о распаде разрыва.	Онлайн       0       Всего а       4       Онлайн       0       Всего а       3       Онлайн	удиторны: 0  0  1 0  1 0  1 0  1 0  1 0 1 1 0 1	0 х часов 4 0 х часов 3

1-8	Первый раздел	16	16	0	
1 - 8	Тема 1. Методы решения систем линейных	Всего	аудиторны	х часов	
	алгебраических уравнений		16 16 0		
	Итерационные методы. Итерационные методы Якоби и	Онлай	Н	1	
	Зейделя - координатная запись. Матричная запись.	0	0	0	
	Каноническая форма одношаговых методов. Исследование				
	сходимости стационарных итерационных методов.				
	Достаточное условие сходимости для симметричных				
	положительных матриц. Сходимость метода Якоби				
	(условие диагонального преобладания). Сходимость				
	метода верхней релаксации ( $0 < w < 2$ ). Необходимое и				
	достаточное условие сходимости метода простой				
	итерации. Необходимое и достаточное условие				
	сходимости одношаговых стационарных итерационных				
	методов. Число обусловленности матрицы. Оценки				
	скорости сходимости стационарных итерационных				
	методов для плохо обусловленных задач. Теорема о				
	скорости сходимости (без док.). Следствия теоремы.				
	Многочлены Чебышёва на . Определение и основные				
	свойства (рекуррентные соотношения, нули, точки				
	экстремума, уклонение). Многочлены Чебышёва на [a,b].				
	Многочлены Чебышёва на [a,b] с нормировкой P(0)=1.				
	Итерационный одношаговый итерационный метод				
	Чебышева. Скорость сходимости метода Чебышева для				
	плохо обусловленных задач. Численная неустойчивость				
	метода. Итерационные методы вариационного типа.				
	Итерационный метод минимальных невязок. Теорема о				
	скорости сходимости метода минимальных невязок.				
	Итерационный метод наименьшей погрешности. Понятие				
	о методе сопряженных градиентов.				
	Прямые методы решения СЛАУ. Методы установления.				
	Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод				
	матричной прогонки. Метод редукции.				
	Разностная задача на собственные значения для оператора				
	второй разностной производной на отрезке. Свойства				
	собственных функции и собственных значений оператора.				
	Задача на собственные значения для пятиточечного				
	разностного оператора Лапласа. Методы установления				
	решения двумерных разностных краевых задач для				
	уравнения Пуассона. Выбор оптимального шага для явной				
	схемы. Оптимальный шаг для продольно-поперечной				
	схемы. Дискретный метод Фурье для решения краевой				
	задачи для разностного уравнения Пуассона.				
9-16	Второй раздел	16	16	0	
9 - 16	Тема 2. Основные понятия методы конечных	Всего	аудиторны	х часов	
	элементов и разностные схемы для гиперболиечских	16	16	0	
	систем	Онлай	Н		
	Вариационные и проекционные методы.	0	0	0	
	Вариационные формулировки для одномерной модельной				
	задачи (D): - $dot\{u\}(x)=f(x)$ , $u(0)=u(1)=0$ . Задача о				
	минимизации функционала (М – метод Ритца) и				
	вариационно-проекционная формулировка (V- метод				

Галеркина). Эквивалентность вариационных постановок. МКЭ для модельной задачи с кусочно-линейными функциями. Базисные функции. Формулировки вариационных задач в МКЭ. Существование и единственность решения задач в МКЭ. Оценки погрешности МКЭ для модельной задачи. Двумерные задачи МКЭ. Формула Грина для двумерного уравнения Лапласа. МКЭ для двумерного уравнения Пуассона (задача Дирихле). Вариационные формулировки задачи (D): -Delta u=f(x), x\in \Omega, u=0 x \in \partial \Omega. Задача о минимизации функционала (М – метод Ритца) и вариационнопроекционная формулировка (V- метод Галеркина). Эквивалентность вариационных постановок. Триангуляция двумерной области. Кусочно-линейные базисные функции. МКЭ- формулировки задач. Существование и единственность МКЭ-решения. Геометрическая интерпретация МКЭ. Интерполяция кусочно-линейными функциями в двух измерениях. МКЭ для двумерного уравнения Пуассона (задача Неймана). Вариационные формулировки задачи (D): -\Delta u + u=f(x),  $x \in Omega$ ,  $partial u/partial n=g x \in Omega$ От Существенные и естественные граничные условия. МКЭ с кусочно-линейными функциями для задачи Неймана. МКЭ для параболических задач. Модельная задача \partial u\partial t-\Delta u = f(x), x \in \Omega, \partial u/\partial n=g x \in \partial \Omega. Дискретизация по пространству. Дискретизация по пространству и времени. Неявная схема Эйлера. Схема Кранка-Николсона. Разностные схемы для гиперболической системы. Задача Римана для произвольной линейной гиперболической системы с постоянными коэффициентамиРазностная схема КИР (Куранта-Изаксона-Рисса) для линейной гиперболической системы уравнений. Разностная схема Лакса-Вендрофа для гиперболической системы и ее устойчивость. Методика RSA (реконструкция, решение, усреднение). Кусочнопостоянная и кусочно-линейная реконструкции. Схемы для линейного уравнения переноса с линейной реконструкцией- схемы L.W., Fromm, Beam-Warming. Неизбежность появления осцилляций. Понятие о TVDсхемах. Схемы с ограничением потоков. Схемы с ограничением наклонов. Ограничитель наклонов minmod. Схемы TVD для скалярного уравнения переноса.

#### Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции

BM	Видео-материалы
AM	Аудио-материалы
Прз	Презентации
T	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

#### 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При выполнении домашнего задания студенты осваивают численные методы и широко используют компьютерные технологии.

В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной реализации алгоритмов в виде программ, улучшают навыки программирования.

Часть занятий проводитсяв интерактивной форме. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые численные методы и схемы, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

#### 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы	Аттестационное	Аттестационное
	освоения	мероприятие (КП 1)	мероприятие (КП 2)
ОПК-1	3-ОПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ОПК-2	3-ОПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-1	3-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-2	3-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-5	3-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех	Оценка	Требования к уровню освоению
	балльной шкале	ECTS	учебной дисциплины
90-100	5 — «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89		В	Оценка «хорошо» выставляется студенту,
75-84		С	если он твёрдо знает материал, грамотно и
70-74	4 – «хорошо»	D	по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
65-69			Оценка «удовлетворительно»
60-64	3 — «удовлетворительно»	Е	выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 — «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ	ЛИТЕРА	АТУРА:
----------	--------	--------

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

#### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

https://online.mephi.ru/

http://library.mephi.ru/

# 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

#### 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных занятий и практических работ. В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной реализации алгоритмов в виде программ, улучшают навыки программирования. При выполнении домашнего задания студенты осваивают численные методы и широко используют компьютерные технологии. Часть занятий проводится в интерактивной форме. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые численные методы и работе с научной рассказывается O литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов. При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

#### 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится в середине и в конце в каждом семестре. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

#### 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной реализации алгоритмов в виде программ, улучшают навыки программирования. При выполнении домашнего задания студенты осваивают

численные методы и широко используют компьютерные технологии. Часть занятий проводитсяв интерактивной форме. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые численные методы и схемы, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

На лекционных занятиях излагается теоретический материал, затем рассматриваются примеры в зависимости от темы. Практика показала, что следует использовать различные приемы вовлечения студентов в творческий процесс освоения учебного материала: опрос студентов по содержанию прочитанных лекций, вызов студентов к доске для решения текущей задачи, самостоятельное решение задач и выполнение алгоритмов вручную со сверкой промежуточных и конечного результатов решения, демонстрация преподавателем на доске решения типовых задач.

Практические занятия проводятся в компьютерном классе, имеющем все необходимое оборудование и установленное программное обеспечение. В ходе занятий в компьютерном классе при выполнении практических работ происходит последовательное освоение лекционного материала, развитие практических навыков использования современной вычислительной техники для решения задач.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия. На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

#### 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится в середине и в конце в каждом семестре. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

Автор(ы):

Муратов Родион Владимирович