

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИИКС

Протокол № 8/1/2025

от 25.08.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
4	2	72	30	0	30		12	0	3
Итого	2	72	30	0	30	0	12	0	

## АННОТАЦИЯ

Курс посвящен углубленному изучению персистентных и функциональных структур данных, а также эффективных алгоритмов для обработки запросов и обновлений. Рассматриваются классические и современные структуры (деревья отрезков, декартовы деревья, Splay/Scaregoat деревья) и их применение в задачах анализа данных, онлайн-запросах и многомерных операциях. Особое внимание уделяется методам оптимизации времени работы и памяти, включая амортизированный анализ и массовые обновления.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели:

- Сформировать понимание принципов построения персистентных и функциональных структур данных.
- Научить применять продвинутые структуры (деревья отрезков, Фенвика, декартовы деревья) для решения задач анализа данных.
- Изучить методы оптимизации операций (массовые обновления, fractional cascading) и алгоритмы (БПФ, LCA) для работы с большими наборами данных.

Задачи:

- Освоить техники преобразования структур данных в персистентные (копирование путей, толстые ноды).
- Реализовать и анализировать деревья отрезков, AVL, Splay-деревья с учетом амортизированной сложности.
- Изучить применение структур для онлайн-задач (точки в прямоугольнике, уникальные элементы в подмассиве).
- Разобрать алгоритмы быстрого преобразования Фурье и их связь с перемножением полиномов.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина обеспечивает специальную подготовку будущего бакалавра. Изучение дисциплины базируется на следующих прослушанных ранее курсах: Информатика (Основы программирования), Программирование (Объектно-ориентированное программирование), Программирование (Алгоритмы и структуры данных). Также, полученные умения, навыки и знания необходимы для успешного выполнения научно-исследовательской работы.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен применять фундаментальные знания,	З-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный

полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	математический аппарат; У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода
ОПК-3 [1] – Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	З-ОПК-3 [1] – знать принципы построения математических моделей физических явлений и процессов У-ОПК-3 [1] – уметь формулировать математические модели различных явлений и процессов на основе физических принципов и законов В-ОПК-3 [1] – владеть навыками построения математических моделей физических явлений и процессов

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

<b>Задача профессиональной деятельности (ЗПД)</b>	<b>Объект или область знания</b>	<b>Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции</b>
<b>научно-исследовательский</b>			
Изучение и систематизация новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем профессиональной деятельности.	Научные статьи и тезисы конференций, научно-технические отчеты, опубликованные результаты научных исследований, соответствующая документация.	ПК-1 [1] - Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.011	З-ПК-1[1] - знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации;; У-ПК-1[1] - уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи;; В-ПК-1[1] - владеть навыками работы с научной литературой и навыками

			интерпретации результатов научных исследований;
Разработка математических моделей, алгоритмов и методов для решения различных задач.	Математические модели и алгоритмы.	<p>ПК-2 [1] - Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001</p>	<p>3-ПК-2[1] - знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач;</p> <p>У-ПК-2[1] - использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач;</p> <p>В-ПК-2[1] - владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов</p>
Использование современных информационных технологий и Интернет ресурсов для поиска и систематизации информации.	Информационные и Интернет ресурсы, содержащие результаты научных исследований и научно-техническую документацию.	ПК-3 [1] - Способен осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о научных достижениях в области прикладной математики , а также о современных программных средствах, относящихся к	<p>3-ПК-3[1] - знать основные референтные базы данных научных публикаций, поисковые системы научной литературы;;</p> <p>У-ПК-3[1] - уметь осуществлять поиск научной литературы с использованием существующих поисковых систем и</p>

		предмету исследований  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.013	референтных баз данных;; В-ПК-3[1] - владеть навыками поиска научной литературы;
--	--	--	--

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)
Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование творческого инженерного/профессионального мышления, навыков организации коллективной проектной деятельности (В22)

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары )/ Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>4 Семестр</i>						
1	Первый раздел	1-8	15/0/15		25	КИ-8	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, 3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
2	Второй раздел	9-15	15/0/15		25	КИ-15	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-1,

							У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, 3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
	<i>Итого за 4 Семестр</i>		30/0/30		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 4 Семестр</b>				50	3	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, 3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет

## КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>4 Семестр</i>	30	0	30
<b>1-8</b>	<b>Первый раздел</b>	15	0	15
1	<b>Тема 1</b> Понятие персистентности структуры данных. Уровни персистентности. Функциональные структуры данных и их связь с персистентностью.	Всего аудиторных часов		
		3	0	3
		Онлайн		
		0	0	0
2 - 4	<b>Тема 2</b> Метод копирования путей. Метод толстых нод. Схема преобразования структуры данных, построенной на указателях, в персистентную.	Всего аудиторных часов		
		3	0	3
		Онлайн		
		0	0	0
5	<b>Тема 3</b> Бинарные деревья поиска. AVL дерево.	Всего аудиторных часов		
		3	0	3

		Онлайн		
		0	0	0
6	<b>Тема 4</b> Дерево отрезков. Способы хранения дерева отрезков. Нерекурсивная реализация (снизу вверх) стандартных операций. Персистентное дерево отрезков.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
7	<b>Тема 5</b> Дерева отрезков с массивами в вершинах. Применение fractional cascading для решения задачи числа в первого числа в произвольном подмассиве больше или равного заданному. Двумерное дерево отрезков для запроса суммы.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
8	<b>Тема 6</b> Операция массового обновления. Реализация за $O(\log(n))$ с отложенным проталкиванием обновлений. Связь с дистрибутивностью операций запроса и обновления.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
9-15	<b>Второй раздел</b>	15	0	15
9	<b>Тема 7</b> Применение дерева отрезков для онлайн задач. Задача о количестве точек внутри прямоугольника при фиксированном наборе точек. Задача поиска количества уникальных чисел в подмассиве.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
10	<b>Тема 8</b> Префиксный массив, разреженная таблица, дерево Фенвика.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
11	<b>Тема 9</b> Декартово дерево. Декартово дерево со случайными приоритетами и его высота. Дерево по неявному ключу. Структура данных гор.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
12	<b>Тема 10</b> Splay дерево. Операция splay. Амортизированное время работы splay.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
13	<b>Тема 11</b> Scapegoat Tree, амортизированное время работы. Применение Scapegoat Tree для решения задачи List Order Maintenance за константное амортизированное время.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
14	<b>Тема 12</b> Двоичные подъемы. Алгоритм нахождения LCA. Алгоритм Фарах-Колтона и Бендера.	Всего аудиторных часов		
		2	0	2
		Онлайн		
		0	0	0
15	<b>Тема 13</b> Быстрое преобразование Фурье. Быстрое перемножение полиномов.	Всего аудиторных часов		
		3	0	3
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс

ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Недели	Темы занятий / Содержание
	<i>4 Семестр</i>
1 - 8	<b>Лабораторная работа</b> Лабораторная работа №1. Персистентные и функциональные структуры данных. Лабораторная работа №2. Дерево отрезков.
9 - 15	<b>Лабораторная работа</b> Лабораторная работа №3. Декартово дерево (treap) и основанные на ней структуры данных.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной подготовки законченных программ, улучшают навыки параллельного программирования, учатся систематизировать и представлять результаты исследований в виде отчетов, а также проводить оптимизацию программного кода для повышения его быстродействия.

При обсуждении тем практических занятий используются интерактивные формы обучения, в частности используются презентации, обсуждаются последние научные работы, передовые технологии параллельного программирования и архитектуры новых видеокарт, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ОПК-1	З-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15
	У-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15
	В-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15
ОПК-3	З-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-15



	У-ОПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	В-ОПК-3	3, КИ-8, КИ-15
ПК-1	З-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
ПК-2	З-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
ПК-3	З-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»	«Зачтено»	A
85-89	4 – «хорошо»		B
75-84			C
70-74			D
65-69	3 – «удовлетворительно»		E
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«Не зачтено»	F

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

### **1. Проведение лекционных и лабораторных занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение практических и лабораторных занятий. Используя прослушанный материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен

для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются  
- лабораторные работы.

Рубежный контроль проводится на 8 и 15 неделе. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

## **11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Проведение лекционных и лабораторных занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение практических и лабораторных занятий. Используя прослушанный материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются  
- лабораторные работы.

Рубежный контроль проводится на 8 и 15 неделе. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Кочанов Марк Борисович