

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИЯФИТ

Протокол № 01/08/24-573.1

от 30.08.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ И РЯДЫ

Направление подготовки
(специальность)

- [1] 14.05.02 Атомные станции: проектирование, эксплуатация и инжиниринг
[2] 14.05.04 Электроника и автоматика физических установок
[3] 14.05.01 Ядерные реакторы и материалы

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки, час.	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
3	5-6	180-216	48	48	0		39-75	0	Э
Итого	5-6	180-216	48	48	0	0	39-75	0	

АННОТАЦИЯ

Дисциплина является частью математического анализа. В этом курсе изучаются теоретические и практические вопросы из следующих разделов: числовые и функциональные ряды, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, векторный и тензорный анализ. Эта дисциплина является необходимой для всех последующих физико-математических и технических курсов.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения учебной дисциплины является создание основы для получения полноценного естественнонаучного образования. Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического (естественно-научного) образования.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть разделами высшей математики «Математический анализ (дифференциальное и интегральное исчисление; функции нескольких переменных)». Освоение курса является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов. Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического (естественно-научного) образования.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1 [1, 2, 3] – Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	3-УК-1 [1, 2, 3] – Знать: методы системного и критического анализа; методики разработки стратегии действий для выявления и решения проблемной ситуации У-УК-1 [1, 2, 3] – Уметь: применять методы системного подхода и критического анализа проблемных ситуаций; разрабатывать стратегию действий, принимать конкретные решения для ее реализации В-УК-1 [1, 2, 3] – Владеть: методологией системного и критического анализа проблемных ситуаций; методиками постановки цели, определения способов ее достижения, разработки стратегий действий
УКЕ-1 [1, 2, 3] – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и	3-УКЕ-1 [1, 2, 3] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 [1, 2, 3] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать

экспериментального исследования в поставленных задачах	основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 [1, 2, 3] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами
--	--

4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)
Интеллектуальное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование культуры умственного труда (В11)
Профессиональное и трудовое воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду (В14)

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практи. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>3 Семестр</i>						
1	Часть 1	1-8	24/24/0		25	к.р-8	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Часть 2	9-16	24/24/0		25	к.р-16	З-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, З-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

	<i>Итого за 3 Семестр</i>		48/48/0		50		
	Контрольные мероприятия за 3 Семестр				50	Э	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1

* – сокращенное наименование формы контроля

** – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
к.р	Контрольная работа
Э	Экзамен

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>3 Семестр</i>	48	48	0
1-8	Часть 1	24	24	0
1 - 4	Ряды Числовые ряды. Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей. Сходимость и равномерная сходимость функциональных рядов. Достаточные условия равномерной сходимости функционального ряда (признаки Вейерштрасса и Дирихле). Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда непрерывных функций. Почленный переход к пределу в функциональных рядах. Условия почленного интегрирования и дифференцирования функционального ряда. Понятие степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Формула Коши - Адамара. Первая теорема Абеля. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд Тейлора. Единственность разложения. Пример функции, не равной сумме своего ряда Тейлора. Необходимые и достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Достаточные условия разложимости функции в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Степенные ряды комплексного переменного. Круг и радиус сходимости. Формула Коши – Адамара в комплексном случае. Показательная и тригонометрические функции комплексного переменного,	Всего аудиторных часов		
		12	12	0
		Онлайн		
		0	0	0

	их свойства. Формулы Эйлера.			
5 - 6	Двойные интегралы Определение двойного интеграла. Некоторые классы интегрируемых функций. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойных интегралах.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
7 - 8	Тройные интегралы Тройные интегралы от ограниченных функций в замкнутой ограниченной области. Классы интегрируемых функций. Вычисление тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Случай сферических и цилиндрических координат.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
9-16	Часть 2	24	24	0
9	Криволинейные интегралы Криволинейный интеграл первого рода и его свойства. Вычисление криволинейного интеграла первого рода. Ориентированные кривые. Криволинейный интеграл второго рода и его свойства. Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.	Всего аудиторных часов		
		3	3	0
		Онлайн		
		0	0	0
10 - 11	Поверхностные интегралы. Площадь поверхности. Ориентированные поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их свойства. Вычисление поверхностных интегралов. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
12 - 13	Теория поля Скалярное поле. Градиент и его свойства. Дивергенция и её свойства. Ротор и его свойства. Инвариантные определения градиента, дивергенции и ротора. Потенциальное поле. Соленоидальное поле. Формула Грина, Стокса, Остроградского-Гаусса. Операторы Гамильтона и Лапласа и их свойства.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
14 - 16	Интегралы, зависящие от параметра Непрерывная зависимость интеграла от параметра. Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру. Случай, когда пределы интегрирования зависят от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Их абсолютная и условная сходимость. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши и достаточные условия равномерной сходимости. Условия непрерывности, дифференцируемости и интегрируемости несобственного интеграла по параметру. Интегралы Эйлера. Некоторые свойства гамма- и бета-функции.	Всего аудиторных часов		
		9	9	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал

ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Недели	Темы занятий / Содержание
	<i>3 Семестр</i>
1 - 4	Ряды. Числовые ряды. Множество сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и функциональных рядов. Множество сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Степенные ряды в комплексной области.
5 - 6	Двойные интегралы Вычисление двойных интегралов в декартовых координатах. Замена переменных в двойных интегралах. Расстановка пределов в полярных и других криволинейных координатах. Вычисление площадей плоских фигур с помощью двойных интегралов. Вычисление объемов с помощью двойных интегралов. Вычисление объемов с помощью двойных интегралов. Вычисление площадей поверхностей с помощью двойных интегралов.
7 - 8	Тройные интегралы Тройные интегралы. Расстановка пределов и вычисление тройных интегралов в декартовых координатах. Тройные интегралы. Расстановка пределов и вычисление тройных интегралов в сферических и других криволинейных координатах. Вычисление объемов с помощью тройных интегралов.
9 - 10	Криволинейные интегралы Криволинейные интегралы первого рода. Криволинейные интегралы второго рода. Формула Грина.
11 - 12	Поверхностные интегралы Поверхностные интегралы первого рода. Поверхностные интегралы второго рода. Формула Стокса, формула Остроградского - Гаусса.
13 - 14	Теория поля Операции с дифференциальным оператором НАБЛА.
15 - 16	Интегралы, зависящие от параметра Собственные интегралы, зависящие от параметра. Множество сходимости и равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Вычисление несобственных интегралов, зависящих от параметра. Интегралы Эйлера.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются образовательные технологии в форме лекций и практических (семинарских) занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса широко используются тестовые технологии, то есть специальный банк вопросов в открытой и закрытой форме, ответы на которые позволяют судить об усвоении студентом данного курса. Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой

проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы. Предполагается использование современных информационных технологий: компьютерная рассылка заданий, курса лекций и примеров разбора опорных практических заданий.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
УК-1	З-УК-1	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УК-1	Э, к.р-8, к.р-16
	В-УК-1	Э, к.р-8, к.р-16
УКЕ-1	З-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-16
	У-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-16
	В-УКЕ-1	Э, к.р-8, к.р-16

Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»	«зачтено»	A
85-89	4 – «хорошо»		B
75-84			C
70-74			D
65-69	3 – «удовлетворительно»		E
60-64			
ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«не зачтено»	F

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ К 845 Высшая математика. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ. Сборник задач с решениями : учебное пособие, Павлов А.Л., Попов Л.Г., Крупин В.Г., Москва: МЭИ, 2019
2. 517 И46 Основы математического анализа Ч. 1 , Ильин В.А., Москва: Физматлит, 2008
3. ЭИ О-75 Основы математического анализа Ч. 1 Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I, , : , 2021
4. ЭИ О-75 Основы математического анализа Ч. II Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть II, , : , 2022
5. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : Учеб. пособие для вузов, Демидович Б.П., Москва: АСТ, 2007
6. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие, Демидович Б.П., Санкт-Петербург: Лань, 2017

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 517 Б27 Интегралы, зависящие от параметра : учебно-методическое пособие, Баскаков А.В., Сумин Е.В., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
2. ЭИ 3-68 Математический анализ в задачах и упражнениях : учебное пособие, Посицельская Л. Н., Злобина С. В., Москва: Физматлит, 2009
3. 517 Г71 Специальные главы функционального анализа : числовые и функциональные ряды, Горячев А.П., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1.1. Методические рекомендации для усвоения теоретического курса

Основной целью обучения студентов математическим дисциплинам является развитие логического и алгоритмического мышления, повышение уровня математической культуры, развитие навыков самостоятельной работы.

Для достижения целей обучения программа курса и семестровый календарный план составлены так, что темы практических занятий следуют за темами лекций, и они доступны каждому студенту на сайте университета. Чтобы хорошо подготовиться к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, проработать лекционный материал. Для этого обязательно надо конспектировать учебник, непонятные вопросы нужно разяснять у преподавателя. При проработке материала полезно пользоваться разными учебниками, и если конспект ведется по всем темам дисциплины, то при подготовке к итоговому контролю достаточно будет собственного конспекта.

После того, как Вы научились давать определения, формулировать аксиомы, леммы и теоремы (математически правильно и грамматически верно), можно считать изучение данного раздела законченным. Ничего, включая важнейшие выводы, определения и формулировки, не надо учить наизусть, тем более доказательства разных утверждений. При необходимости понятый и закреплённый материал вы сможете легко вспомнить.

1.2. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям

На семинарах, как правило, рассматриваются вопросы и задачи, дающие возможность более глубоко постичь изучаемый раздел курса. Во время семинарских занятий учат правильно ставить и решать задачи, а также анализировать их решения. По теме, пройденной на семинаре, даются задачи для самостоятельной работы. Усвоение темы во многом зависит от осмысленного выполнения самостоятельной работы.

При решении задач прежде всего необходимо хорошо вникнуть в суть задания, записать кратко ее условие. Если позволяет характер задачи, обязательно сделать рисунок, поясняющий ее сущность. За редким исключением, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях.

Решение задачи принесет наибольшую пользу только в том случае, когда обучающийся решит ее самостоятельно. Решить задачу без помощи часто не всегда удастся, но тем не менее попытки найти решение развивают мышление и укрепляют волю.

2. Права и обязанности студента университета:

2.1. Студент имеет право:

- 1). на получение ответов на интересующие его вопросы по изучаемой дисциплине от преподавателя, ведущего занятия;
- 2). на консультацию по теории изучаемой дисциплины в течение семестра и перед экзаменом.

2.2. Студент обязан:

- 1). регулярно посещать лекции и семинары, работать на практических занятиях, выполнять все текущие самостоятельные работы по изучаемой дисциплине;
- 2). пройти аттестацию по всем разделам данной дисциплины;
- 3). в конце семестра сдать теоретический экзамен или зачет по соответствующей дисциплине.

11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Основные принципы обучения математическим дисциплинам

1.1. Основная цель обучения – научить студентов логически мыслить; познакомить с аксиомами в математике и методами доказательства различного рода утверждений; научить применять полученные теоретические знания к решению математических и физических задач. Также студенты должны овладеть методами решения, планирования, моделирования, анализа, синтеза в математике для использования их в дальнейшей профессиональной деятельности.

1.2. Воспитательная цель обучения – формирование направленности и интереса к постижению учебного материала. Необходимо развивать в студентах волевые качества и трудолюбие, стремление к самосовершенствованию.

1.3. Обучение не должно быть пассивным. Преподаватель должен интересоваться, как у студентов продвигается решение поставленных задач, и, при необходимости, организовать разбор наиболее трудных из них.

1.4. Необходимо строить обучение так, чтобы в овладении материалом основную роль играла память логическая, а не формальная. Запоминание должно достигаться через глубокое понимание, а не через «зубрежку».

1.5. Важный фактор успешности обучения – взаимоотношения между преподавателем и студентами на основе уважения и доброжелательной требовательности.

1.6. Необходим регулярный контроль за работой студентов, проверка конспекта лекций.

2. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции

2.1. Лекция – устное последовательное изложение изучаемого материала, состоящее из связанных между собой частей: вступление, вводная часть, основная часть, заключение.

При чтении лекций необходимо придерживаться календарного плана, разработанного на кафедре по данной дисциплине.

2.2. Лектор должен отслеживать ход проведения практических занятий по данной дисциплине, проводить коррекцию плана семинарских занятий по читаемому курсу, чтобы те

преподаватели, которые ведут практические занятия в группах данного потока знали, какие темы прочитаны, а какие еще нет.

3. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции впервые

3.1. Процесс подготовки лекции следует начать с подбора материала, далее необходимо подготовить план и конспект лекции, а затем самостоятельно проделать необходимые математические выкладки. Накануне дня занятий надо повторить подготовленный лекционный материал, а сразу после завершения занятия – начать готовиться к следующему.

3.2. Желательно придерживаться следующей техники чтения лекции. В начале лекции надо актуализировать в памяти слушателей пройденный материал, затем дать краткий обзор материала предстоящего занятия. Читая лекцию, нужно все время заботиться о том, чтобы речь была выразительной, выдержанной в динамичном темпе, но при этом содержала паузы и акценты на важных аспектах темы. При изложении учебного материала необходимо использовать принцип наглядности для облегчения восприятия информации студентами.

3.3. Лекции должны быть эмоционально окрашенными. Надо стараться подчеркивать логику рассуждений при доказательствах тех или иных утверждений, приучая студентов к логическому мышлению. Лектор должен излагать учебный материал последовательно, строго придерживаясь плана.

3.4. Необходимо разъяснить студентам, что лекция и учебник не дублируют, а дополняют друг друга. Студентам необходимо пользоваться учебниками при освоении учебного материала дисциплины.

4. Методические рекомендации преподавателям, ведущим практические занятия

4.1. Семинары – групповая форма занятий при активном участии студентов для проверки знаний.

4.2. Семинарские занятия проводятся согласно плану дисциплины.

4.3. Основная задача преподавателя состоит в том, чтобы студент регулярно и интенсивно работал над теорией и выполнял самостоятельные работы.

4.4. В начале занятия надо осуществлять контроль выполнения самостоятельной работы студентами, чтобы понять, насколько трудной она была и как усвоен предыдущий материал. При необходимости нужно разобрать наиболее трудные задачи совместно.

4.5. Каждый преподаватель должен согласовывать с лектором дату проведения итогового контроля. Результаты выполнения контрольных работ должны быть объявлены студентам, а также показаны сами работы и объяснены те ошибки, которые они допустили.

4.6. Каждый преподаватель обязан своевременно подавать сведения о посещаемости практических занятий и о результатах проводимого контроля знаний в системе на сайте eis.mephi.ru.

Автор(ы):

Теляковский Дмитрий Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент

