

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО НТС ЛАПЛАЗ

Протокол № 3

от 30.08.2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки
(специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и
информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/В СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
6	4	144	30	30	0	30	0	Э
7	4	144	32	32	0	35	0	Э
Итого	8	288	62	62	0	31	65	0

АННОТАЦИЯ

В курсе рассматриваются основные понятия теории разностных схем, обсуждаются современные подходы и методы решения систем линейных алгебраических уравнений, краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе вариационные методы.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины является: формирование у студентов навыков построения эффективных численных алгоритмов решения задач математической физики, краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, получение навыков использования современных пакетов прикладных программ, программ аналитических вычислений.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Теория функций комплексного переменного», «Дополнительные главы теории функций комплексного переменного», «Уравнения математической физики».

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания используются при подготовке выпускной квалификационной работы, при проведении научно-исследовательской работы, для успешного освоения курса «Современные проблемы теории разностных схем».

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции ОПК-1 [1] – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Код и наименование индикатора достижения компетенции З-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач В-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода
ОПК-2 [1] – Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки	З-ОПК-2 [1] – знать существующие математические методы и системы программирования необходимые для реализации алгоритмов решения прикладных задач У-ОПК-2 [1] – уметь использовать и адаптировать существующие математические методы и системы

и реализации алгоритмов решения прикладных задач	программирования необходимые для реализации алгоритмов решения прикладных задач В-ОПК-2 [1] – владеть навыками реализации математических алгоритмов для решения прикладных задач с использованием существующих систем программирования
--	---

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
научно-исследовательский			
Изучение и систематизация новых научных результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем профессиональной деятельности.	Научные статьи и тезисы конференций, научно-технические отчеты, опубликованные результаты научных исследований, соответствующая документация.	ПК-1 [1] - Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.011	З-ПК-1[1] - знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации;; У-ПК-1[1] - уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи;; В-ПК-1[1] - владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации результатов научных исследований;
Разработка математических моделей, алгоритмов и методов для решения различных задач.	Математические модели и алгоритмы.	ПК-2 [1] - Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	З-ПК-2[1] - знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и

		<i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001	анализе различных прикладных задач; У-ПК-2[1] - использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач; В-ПК-2[1] - владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов
	проектный		
Реализация научных проектов, составление научно-технических отчетов, конкурсной документации, экспертиза научных проектов по тематике профессиональной деятельности, составление рецензий на научные статьи, подготовка заявок на выполнение научно-исследовательских проектов.	Научно-исследовательские проекты, научно-техническая документация, научные статьи и заявки на проведение научно-исследовательских проектов.	ПК-5 [1] - способен к разработке, реализации и оценке проектов научно-исследовательской и инновационной направленности <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008, 40.011	З-ПК-5[1] - знать принципы оценки научно-исследовательских проектов при проведении их экспертизы; ; У-ПК-5[1] - уметь проводить разработку и экспертизу научно-исследовательских проектов;; В-ПК-5[1] - владеть навыками разработки и экспертизы научно-исследовательских проектов;

4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал
------------------	-------------------------	--------------------------

воспитания Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование творческого инженерного/профессионального мышления, навыков организации коллективной проектной деятельности (B22)	дисциплин 1.Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для развития навыков коммуникации, командной работы и лидерства, творческого инженерного мышления, стремления следовать в профессиональной деятельности нормам поведения, обеспечивающим нравственный характер трудовой деятельности и неслужебного поведения, ответственности за принятые решения через подготовку групповых курсовых работ и практических заданий, решение кейсов, прохождение практик и подготовку ВКР. 2.Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для: - формирования производственного коллективизма в ходе совместного решения как модельных, так и практических задач, а также путем подкрепление рационально- технологических навыков взаимодействия в проектной деятельности эмоциональным эффектом успешного взаимодействия, ощущением роста общей эффективности при распределении проектных задач в соответствии с сильными компетентностными и эмоциональными свойствами членов проектной группы.
Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование культуры информационной безопасности (B23)	Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для формирования базовых навыков информационной безопасности через изучение последствий халатного отношения к работе с информационными системами, базами данных

		(включая персональные данные), приемах и методах злоумышленников, потенциальном уроне пользователям.
--	--	--

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>6 Семестр</i>						
1	Раздел 1	1-8	16/16/0		25	КИ-8	
2	Раздел 2	9-15	14/14/0		25	КИ-15	
	<i>Итого за 6 Семестр</i>		30/30/0		50		
	Контрольные мероприятия за 6 Семестр				50	Э	
	<i>7 Семестр</i>						
1	Раздел 1	1-8	16/16/0		25	КИ-8	
2	Раздел 2	9-16	16/16/0		25	КИ-16	
	<i>Итого за 7 Семестр</i>		32/32/0		50		
	Контрольные мероприятия за 7 Семестр				50	Э	

* – сокращенное наименование формы контроля

** – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
Э	Экзамен

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
--------	---------------------------	------------	----------------	------------

	6 Семестр	30	30	0
1-8	Раздел 1	16	16	0
1 - 8	Тема 1. Введение в разностные методы. Роль численных методов в современных задачах математики, физики, техники. Основные уравнения математической физики – уравнение переноса, волновое уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Пуассона. Постановки начальных, краевых и смешанных задач для основных уравнений математической физики. Основные понятия теории разностных схем. Сетка, сеточная функция. Простейшие разностные операторы. Примеры схем для уравнения переноса, уравнения теплопроводности, волнового уравнения, уравнения Пуассона. Явные схемы, неявные схемы, двухслойные схемы, трехслойные схемы. Сходимость, аппроксимация. Гибкие и негибкие разностные схемы. Устойчивость разностной схемы. Условно устойчивые и абсолютно устойчивые схемы. Основная теорема теории разностных схем. Первое дифференциальное приближение. Примеры. Схемная вязкость. Схемная дисперсия. Построение схемы второго порядка аппроксимации для уравнения переноса методом неопределенных коэффициентов. Схема Лакса-Вендрофа. Схема Лакса-Вендрофа для неоднородного уравнения переноса. Необходимое условие устойчивости по начальным данным задачи Коши для двухслойных эволюционных разностных схем (признак фон Неймана). Примеры применения признака фон Неймана для разностных схем вида $u_j^{n+1} = \sum_k \alpha_k u_{j+k}^n$. Геометрический признак устойчивости Р.Куранта на примере разностных схем для одномерного уравнения переноса. Необходимое и достаточное условие устойчивости задачи Коши по начальным данным двухслойных эволюционных разностных на неограниченной прямой. Устойчивость в l_2 -норме. Критерий устойчивости двухслойных эволюционных разностных схем. Следствия критерия устойчивости. Принцип максимума (достаточное условие устойчивости в равномерной норме) для двухслойных разностных схем. Примеры применения принципа максимума для уравнения переноса и уравнения теплопроводности.	Всего аудиторных часов		
		16	16	
		Онлайн		
9-15	Раздел 2	14	14	0
9 - 10	Тема 2. Монотонность разностных схем. Положительность и монотонность эволюционных двухслойных разностных схем для уравнения переноса и уравнения теплопроводности. Критерий положительности (монотонности) (первая теорема С.К.Годунова). Вторая теорема С.К.Годунова. Запись неявных двухслойных разностных схем в виде $u_j^{n+1} = \sum_k \alpha_k u_{j+k}^n$. Примеры. Монотонные разностные схемы для одномерного уравнения теплопроводности. Монотонность схемы с	Всего аудиторных часов		
		4	4	
		Онлайн		

	весами.			
11 - 12	Тема 3. Разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Решение разностных уравнений в случае неявных схем. Достаточные условия хорошей обусловленности разностной краевой задачи второго порядка. Экономичность разностных схем. Продольно-поперечная (ПП) схема. Устойчивость и аппроксимация ПП-схемы. Локально одномерные схемы для многомерного уравнения теплопроводности. Понятие суммарной аппроксимации. Попеременно треугольная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Схема Дугласа-Гана для трехмерного уравнения теплопроводности.	Всего аудиторных часов		
		4	4	
		Онлайн		
13	Тема 4. Разностная задача Дирихле. Разностная задача Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Принцип максимума. Однозначная разрешимость задачи. Сходимость (устойчивость) разностной задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа (Пуассона) в прямоугольной области. Теорема об оценке решения.	Всего аудиторных часов		
		2	2	
		Онлайн		
14 - 15	Тема 5. Разностные схемы для уравнения переноса. Понятие об обобщенном решении квазилинейного уравнения переноса. Задача о распаде разрыва. Соотношения на разрыве. Консервативные разностные схемы (схема распада разрыва). Одномерные уравнения акустики. Характеристическая форма уравнений акустики. Задача о распаде разрыва. Схема распада разрыва (схема Годунова) для уравнений акустики. Аппроксимация, устойчивость. Обобщение на многомерный случай. Понятие о гибридных схемах. Метод коррекции потоков для линейного уравнения переноса.	Всего аудиторных часов		
		4	4	
		Онлайн		
	7 Семестр	32	32	0
1-8	Раздел 1	16	16	0
1 - 8	Тема 1. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений Итерационные методы. Итерационные методы Якоби и Зейделя - координатная запись. Матричная запись. Каноническая форма одношаговых методов. Исследование сходимости стационарных итерационных методов. Достаточное условие сходимости для симметричных положительных матриц. Сходимость метода Якоби (условие диагонального преобладания). Сходимость метода верхней релаксации ($0 < w < 2$). Необходимое и достаточное условие сходимости метода простой итерации. Необходимое и достаточное условие сходимости одношаговых стационарных итерационных методов. Число обусловленности матрицы. Оценки скорости сходимости стационарных итерационных методов для плохо обусловленных задач. Теорема о скорости сходимости (без док.). Следствия теоремы. Многочлены Чебышёва на $[-1, 1]$. Определение и основные свойства (рекуррентные соотношения, нули, точки экстремума, уклонение).	Всего аудиторных часов		
		16	16	
		Онлайн		

	Многочлены Чебышёва на $[a,b]$. Многочлены Чебышёва на $[a,b]$ с нормировкой $P(0)=1$. Итерационный одношаговый итерационный метод Чебышева. Скорость сходимости метода Чебышева для плохо обусловленных задач. Численная неустойчивость метода. Итерационные методы вариационного типа. Итерационный метод минимальных невязок. Теорема о скорости сходимости метода минимальных невязок. Итерационный метод наименьшей погрешности. Понятие о методе сопряженных градиентов. Прямые методы решения СЛАУ. Методы установления. Метод Гаусса с выбором главного элемента. Метод матричной прогонки. Метод редукции. Разностная задача на собственные значения для оператора второй разностной производной на отрезке. Свойства собственных функции и собственных значений оператора. Задача на собственные значения для пятиточечного разностного оператора Лапласа. Методы установления решения двумерных разностных краевых задач для уравнения Пуассона. Выбор оптимального шага для явной схемы. Оптимальный шаг для продольно-поперечной схемы. Дискретный метод Фурье для решения краевой задачи для разностного уравнения Пуассона.			
9-16	Раздел 2	16	16	0
9 - 16	Тема 2. Основные понятия методы конечных элементов и разностные схемы для гиперболических систем Вариационные и проекционные методы. Вариационные формулировки для одномерной модельной задачи (D): $-\dot{u}(x)=f(x)$, $u(0)=u(1)=0$. Задача о минимизации функционала (M – метод Ритца) и вариационно-проекционная формулировка (V- метод Галеркина). Эквивалентность вариационных постановок. МКЭ для модельной задачи с кусочно-линейными функциями. Базисные функции. Формулировки вариационных задач в МКЭ. Существование и единственность решения задач в МКЭ. Оценки погрешности МКЭ для модельной задачи. Двумерные задачи МКЭ. Формула Грина для двумерного уравнения Лапласа. МКЭ для двумерного уравнения Пуассона (задача Дирихле). Вариационные формулировки задачи (D): $-\Delta u=f(x)$, $x \in \Omega$, $u=0$ на $\partial\Omega$. Задача о минимизации функционала (M – метод Ритца) и вариационно-проекционная формулировка (V- метод Галеркина). Эквивалентность вариационных постановок. Триангуляция двумерной области. Кусочно-линейные базисные функции. МКЭ- формулировки задач. Существование и единственность МКЭ-решения. Геометрическая интерпретация МКЭ. Интерполяция кусочно-линейными функциями в двух измерениях. МКЭ для двумерного уравнения Пуассона (задача Неймана). Вариационные формулировки задачи (D): $-\Delta u + u=f(x)$, $x \in \Omega$, $\frac{\partial u}{\partial n}=g$ на $\partial\Omega$. Существенные и	Всего аудиторных часов		
		16	16	
		Онлайн		

	естественные граничные условия. МКЭ с кусочно-линейными функциями для задачи Неймана. МКЭ для параболических задач. Модельная задача $\partial u / \partial t = f(x)$, $x \in \Omega$, $\partial u / \partial n = g$ на $\partial \Omega$. Дискретизация по пространству. Дискретизация по пространству и времени. Неявная схема Эйлера. Схема Кранка-Николсона. Разностные схемы для гиперболической системы. Задача Римана для произвольной линейной гиперболической системы с постоянными коэффициентами. Разностная схема КИР (Куранта-Изаксона-Рисса) для линейной гиперболической системы уравнений. Разностная схема Лакса-Вендрофа для гиперболической системы и ее устойчивость. Методика RSA (реконструкция, решение, усреднение). Кусочно-постоянная и кусочно-линейная реконструкции. Схемы для линейного уравнения переноса с линейной реконструкцией- схемы L.W., Fromm, Beam-Warming. Неизбежность появления осцилляций. Понятие о TVD-схемах. Схемы с ограничением потоков. Схемы с ограничением наклонов. Ограничитель наклонов minmod. Схемы TVD для скалярного уравнения переноса.			
--	--	--	--	--

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При выполнении домашнего задания студенты осваивают численные методы и широко используют компьютерные технологии.

В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной реализации алгоритмов в виде программ, улучшают навыки программирования.

Часть занятий проводится в интерактивной форме. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые численные методы и схемы, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения
-------------	---------------------

Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценочные средства приведены в Приложении.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ К 32 Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab : учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань, 2016
2. ЭИ Б 30 Численные методы в задачах и упражнениях : учебное пособие, Москва: Лаборатория знаний, 2015
3. 519 Ч-67 Численные методы Кн.1 Численный анализ, Москва: Академия, 2013
4. 519 Ч-67 Численные методы Кн.2 Методы математической физики, Москва: Академия, 2013
5. 519 Ч-67 Численные методы решения уравнений с частными производными Ч.1 Разностные схемы для решения уравнения конвективного переноса (одномерное уравнение), С. А. Губин [и др.], Москва: НИЯУ МИФИ, 2012

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 519 Ч-67 Численные методы Кн.1 Численный анализ, Москва: Академия, 2013
2. 519 Ч-67 Численные методы Кн.2 Методы математической физики, Москва: Академия, 2013
3. 519 С17 Численные методы : Учеб. пособие для вузов, А.А. Самарский, А.В. Гулин, М.: Наука, 1989
4. 517 С17 Численные методы решения обратных задач математической физики : , А.А.Самарский, П.Н.Вабищевич, Москва: УРСС, 2004
5. 519 К17 Численные методы : Учебное пособие для вузов, Калиткин Н.Н., М.: Наука, 1978
6. 519 Ч-67 Численные методы решения уравнений с частными производными Ч.1 Разностные схемы для решения уравнения конвективного переноса (одномерное уравнение), С. А. Губин [и др.], Москва: НИЯУ МИФИ, 2012
7. 517 С17 Теория разностных схем : Учеб.пособие для вузов, Самарский А.А., М.: Наука, 1989

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

Автор(ы):

Савельев Вячеслав Владимирович, к.ф.-м.н.

Рецензент(ы):

д.ф.-м.н., профессор Брушлинский К.В., старший
преподаватель, к.ф.-м.н., Рябов П.Н.