

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИИКС

Протокол № 4/1/2023

от 25.04.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и  
информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
6	2	72	30	30	0		12	0	3
Итого	2	72	30	30	0	0	12	0	

## АННОТАЦИЯ

В курсе уравнений математической физики изучаются задачи для уравнений в частных производных, которые возникают в различных областях физики. Изложение курса начинается с рассмотрения нескольких физических процессов, приводящих к одним и тем же базовым математическим моделям. Этими базовыми моделями являются волновое уравнение, уравнение теплопроводности и диффузии, а также уравнения Лапласа и Пуассона. Студенты учатся ставить задачи для перечисленных уравнений, переходя от словесной формулировки физического процесса к его математическому описанию (математической модели).

Основная часть курса посвящена описанию математического аппарата, необходимого для решения различных задач для уравнений в частных производных. Именно, рассматриваются краевые задачи, смешанные (или начально-краевые) задачи, а также задача Коши. Для решения этих задач используются метод Фурье, метод функции Грина, метод потенциалов и др.

В заключительной части курса рассматриваются специальные функции, возникающие при решении задач для уравнений в частных производных. Излагается теория цилиндрических функций, классических ортогональных полиномов и сферических функций.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- овладение математическим аппаратом, применяемым для постановки и аналитического решения задач математической физики;
- приобретение знаний и практических навыков, необходимых для успешной научной, исследовательской и профессиональной деятельности в различных областях физики.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Данная дисциплина относится к разделу математики «Математическая физика». Предметом математической физики является постановка математических задач, возникающих в физике при изучении явлений внешнего мира, и разработка методов их решения. Для освоения данной дисциплины необходимы знания следующих основных разделов Высшей математики: математического анализа, линейной алгебры, интегральных и дифференциальных уравнений, рядов Фурье, теории функций комплексного переменного; а также всех разделов общей физики. Освоение данной дисциплины необходимо для изучения теоретической физики, численных методов, а также для практики, связанной с математическим моделированием физических процессов, т.е. построением математической модели исследуемого явления и решением полученной задачи.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения
--------------------------------	--

<p>ОПК-1 [1] – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>компетенции  З-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат;  У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач  В-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода</p>
<p>УКЕ-1 [1] – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах</p>	<p>З-УКЕ-1 [1] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования  У-УКЕ-1 [1] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи  В-УКЕ-1 [1] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами</p>

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал дисциплин
-----------------------------	-------------------------	------------------------------------

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практик. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>6 Семестр</i>						
1	Первый раздел	1-8	15/15/0		25	БДЗ-8	З-ОПК-

							1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ- 1
2	Второй раздел	9-15	15/15/0		25	БДЗ-15	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ- 1
	<i>Итого за 6 Семестр</i>		30/30/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 6 Семестр</b>				50	3	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ-

							1
--	--	--	--	--	--	--	---

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
БДЗ	Большое домашнее задание
З	Зачет

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>6 Семестр</i>	30	30	0
<b>1-8</b>	<b>Первый раздел</b>	15	15	0
1 - 3	<b>Тема 1. Вывод основных уравнений математической физики. Классические постановки краевых задач.</b> Уравнение малых поперечных колебаний струны. Примеры краевых задач для уравнения колебаний струны. Уравнение малых продольных колебаний упругого стержня. Примеры краевых задач. Уравнения теплопроводности и диффузии. Примеры краевых задач для уравнения теплопроводности. Телеграфные уравнения. Примеры краевых задач для телеграфных уравнений. Уравнения акустики. Одномерные акустические колебания газа в цилиндре с поршнем. Классификация квазилинейных уравнений второго порядка. Типы краевых условий. Постановки краевых задач.	Всего аудиторных часов		
		5	5	0
		Онлайн		
		0	0	0
4 - 8	<b>Тема 2. Метод Фурье решения краевых задач (метод разделения переменных).</b> Пример решения краевой задачи на отрезке методом разделения переменных. Пространство функций $L_2(G, \rho)$ . Определение и свойства скалярного произведения и нормы. Ортогональный базис в пространстве $L_2(G, \rho)$ . Операторы в пространстве функций $L_2(G, \rho)$ . Необходимое и достаточное условие эрмитовости линейного оператора. Собственные функции и собственные значения линейного, эрмитового и положительного в пространстве оператора $L_2(G, 1)$ . Свойства оператора Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля. Ортогональная система собственных функций оператора Штурма-Лиувилля. Теорема Стеклова и её следствие. Собственные значения одномерной краевой задачи Штурма-Лиувилля. Схема решения методом Фурье линейных краевых задач с однородным уравнением гиперболического или параболического типа и с	Всего аудиторных часов		
		10	10	0
		Онлайн		
		0	0	0

	однородным граничным условием. Схема решения методом Фурье линейных краевых задач с неоднородным уравнением гиперболического или параболического типа и с однородным граничным условием. Схема решения методом Фурье линейных краевых задач с неоднородным уравнением гиперболического или параболического типа и с неоднородным граничным условием.			
<b>9-15</b>	<b>Второй раздел</b>	15	15	0
9 - 10	<b>Тема 3. Введение в теорию обобщённых функций.</b> Определение дельта-функции Дирака. Применение функции Дирака для описания плотностей сосредоточенных величин. Определение обобщённых функций, регулярной и сингулярной обобщённых функций. Сходимость в пространстве обобщённых функций. Примеры последовательностей, сходящихся к дельта-функции. Действия над обобщёнными функциями. Дифференцирование обобщённых функций. Обобщённые производные гладких и кусочно-гладких функций. Расширение области определения некоторых классов обобщённых функций. Многомерные обобщённые функции. Понятия классической и обобщённой постановок краевых задач.	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
11 - 14	<b>Тема 4. Метод функции Грина решения краевых задач.</b> Метод функции Грина решения задачи Коши для линейного обыкновенного дифференциального уравнения. Метод функции Грина решения задачи Коши для уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами на прямой. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами в трёхмерном (двумерном) пространстве. Решение первой и второй краевых задач для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами на полупрямой. Метод функции Грина решения краевых задач для уравнения эллиптического типа в ограниченной области. Метод функции Грина решения краевых задач для уравнения эллиптического типа в неограниченной области. Функции Грина краевых задач для уравнения Пуассона. Построение функции Грина задачи Дирихле методом изображений.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
15	<b>Тема 5. Методы конформных отображений и интегральных преобразований.</b> Связь аналитических функций с гармоническими. Инвариантность уравнения Лапласа относительно конформных отображений аналитическими функциями. Пример решения задачи Дирихле методом конформных отображений. Построение функции Грина задачи Дирихле методом конформных отображений. Интегральное преобразование Лапласа. Формула обращения. Теорема разложения. Основные свойства интегрального преобразования Лапласа. Интегральное преобразование Фурье. Лема Жордана. Решение линейных	Всего аудиторных часов		
		5	5	0
		Онлайн		
		0	0	0

	дифференциальных уравнений с помощью интегральных преобразований Лапласа и Фурье.			
--	---	--	--	--

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При освоении данной дисциплины основную роль играют аудиторные занятия в виде лекций и семинаров, а также самостоятельная работа студентов, заключающаяся в выполнении домашнего задания.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ОПК-1	З-ОПК-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15
	У-ОПК-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15
	В-ОПК-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15
УКЕ-1	З-УКЕ-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15
	У-УКЕ-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15
	В-УКЕ-1	З, БДЗ-8, БДЗ-15

## Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ С 54 Задачи и упражнения по уравнениям математической физики : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012
2. ЭИ И 15 Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Отметим, что курс является теоретическим и для успешного освоения требуется знание лекционного материала и чтения рекомендованной литературы. На лекциях студенты не только знакомятся с теоретическими основами курса, но с их применением в современных исследованиях.

Помимо этого, существенная доля занятий проводится в интерактивной форме и предполагает активное обсуждение пройденного материала, групповой разбор и обсуждение ошибок, вопросов и затруднений, возникающих при подготовке домашних заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов. При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются  
- Большого домашнего задания

Промежуточная аттестация выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

## **11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Отметим, что курс является теоретическим и для успешного освоения требуется знание лекционного материала и чтения рекомендованной литературы. На лекциях студенты не только

знакомятся с теоретическими основами курса, но с их применением в современных исследованиях.

Помимо этого, существенная доля занятий проводится в интерактивной форме и предполагает активное обсуждение пройденного материала, групповой разбор и обсуждение ошибок, вопросов и затруднений, возникающих при подготовке индивидуальных заданий.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия. На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

## 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Большого домашнего задание

Промежуточная аттестация выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Мазур Евгений Андреевич, к.ф.-м.н., доцент