### Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

# ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИИКС

Протокол № 8/1/2025

от 25.08.2025 г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ ДАННЫХ

Направление подготовки (специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
4	2	72	30	0	30		12	0	3
Итого	2	72	30	0	30	0	12	0	

#### **АННОТАЦИЯ**

Курс посвящен углубленному изучению персистентных и функциональных структур данных, а также эффективных алгоритмов для обработки запросов и обновлений. Рассматриваются классические и современные структуры (деревья отрезков, декартовы деревья, Splay/Scapegoat деревья) и их применение в задачах анализа данных, онлайн-запросах и многомерных операциях. Особое внимание уделяется методам оптимизации времени работы и памяти, включая амортизированный анализ и массовые обновления.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Цели:

- Сформировать понимание принципов построения персистентных и функциональных структур данных.
- Научить применять продвинутые структуры (деревья отрезков, Фенвика, декартовы деревья) для решения задач анализа данных.
- Изучить методы оптимизации операций (массовые обновления, fractional cascading) и алгоритмы (БПФ, LCA) для работы с большими наборами данных.

#### Задачи:

- Освоить техники преобразования структур данных в персистентные (копирование путей, толстые ноды).
- Реализовать и анализировать деревья отрезков, AVL, Splay-деревья с учетом амортизированной сложности.
- Изучить применение структур для онлайн-задач (точки в прямоугольнике, уникальные элементы в подмассиве).
- Разобрать алгоритмы быстрого преобразования Фурье и их связь с перемножением полиномов.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина обеспечивает специальную подготовку будущего бакалавра. Изучение дисциплины базируется на следующих прослушанных ранее курсах: Информатика (Основы программирования), Программирование (Объектно-ориентированное программирование), Программирование (Алгоритмы и структуры данных). Также, полученные умения, навыки и знания необходимы для успешного выполнения научно–исследовательской работы.

# 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен применять	3-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания
фундаментальные знания,	окружающего мира, знать фундаментальный
полученные в области	математический аппарат;

математических и (или)	У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и
естественных наук, и использовать	математические методы исследования различных явлений,
их в профессиональной	процессов и задач
деятельности	В-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных
	явлений и процессов с использованием
	естественнонаучного и математического подхода
ОПК-3 [1] – Способен применять и	3-ОПК-3 [1] – знать принципы построения
модифицировать математические	математических моделей физических явлений и процессов
модели для решения задач в	У-ОПК-3 [1] – уметь формулировать математические
области профессиональной	модели различных явлений и процессов на основе
деятельности	физических принципов и законов
	В-ОПК-3 [1] – владеть навыками построения
	математических моделей физических явлений и процессов

Профессиональные компетенции в соотвествии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
	научно-исс.	ледовательский	
Изучение и систематизация новых научных результатов, научной литературы или научно- исследовательских проектов в соответствии с профилем профессиональной деятельности.	Научные статьи и тезисы конференций, научно-технические отчеты, опубликованные результаты научных исследований, соответствующая документация.	ПК-1 [1] - Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий  Основание: Профессиональный стандарт: 40.011	3-ПК-1[1] - знать основные методы научного познания, методы сбора и анализа информации;; У-ПК-1[1] - уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи;; В-ПК-1[1] - владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации

			результатов научных
			исследований;
Разработка	Математические	ПК-2 [1] - Способен	3-ПК-2[1] - знать
математических			современный
	модели и	понимать, применять и	-
моделей, алгоритмов	алгоритмы.	совершенствовать	математический
и методов для		современный	аппарат,
решения различных		математический	используемый при
задач.		аппарат	описании, решении и
			анализе различных
		Основание: Профессиональный	прикладных задач; У-ПК-2[1] -
		стандарт: 06.001	использовать
			современный
			математический
			аппарат для
			построения
			математических
			моделей и алгоритмов
			решения различных
			прикладных задач;
			В-ПК-2[1] - владеть
			навыками применения
			современного
			математического
			аппарата для
			построения
			математических
			моделей различных
			процессов, для
			обработки
			экспериментальных,
			статистических и
			теоретических
			данных, для
			разработки новых
			алгоритмов и методов
			исследования задач
			различных типов
Использование	Информационные и	ПК-3 [1] - Способен	3-ПК-3[1] - знать
современных	Интернет ресурсы,	осуществлять	основные
информационных	содержащие	целенаправленный	референтные базы
технологий и	результаты научных	поиск в сети Интернет	данных научных
Интернет ресурсов	исследований и	и других источниках	публикаций,
для поиска и	научно-	и других источниках информации о научных	поисковые системы
систематизации	техническую	достижениях в области	научной литературы;;
информации.	документацию.	прикладной	У-ПК-3[1] - уметь
ттформации.	документацию.	математики, а также о	осуществлять поиск
			научной литературы с
		современных	
		программных	использованием
		средствах,	существующих
		относящихся к	поисковых систем и
		предмету исследований	референтных баз

Основание:	данных;; В-ПК-3[1] - владеть
Профессиональн стандарт: 06.013	

# 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал
воспитания		дисциплин
Профессиональное	Создание условий,	1.Использование
воспитание	обеспечивающих, формирование	воспитательного потенциала
	творческого	дисциплин профессионального
	инженерного/профессионального	модуля для развития навыков
	мышления, навыков организации	коммуникации, командной
	коллективной проектной	работы и лидерства,
	деятельности (В22)	творческого инженерного
		мышления, стремления
		следовать в профессиональной
		деятельности нормам
		поведения, обеспечивающим
		нравственный характер
		трудовой деятельности и
		неслужебного поведения,
		ответственности за принятые
		решения через подготовку
		групповых курсовых работ и
		практических заданий, решение
		кейсов, прохождение практик и
		подготовку ВКР.
		2.Использование
		воспитательного потенциала
		дисциплин профессионального
		модуля для: - формирования
		производственного
		коллективизма в ходе
		совместного решения как
		модельных, так и практических
		задач, а также путем
		подкрепление рационально-
		технологических навыков
		взаимодействия в проектной
		деятельности эмоциональным
		эффектом успешного
		взаимодействия, ощущением
		роста общей эффективности
		при распределении проектных
		задач в соответствии с
		сильными компетентностными
		и эмоциональными свойствами
		членов проектной группы.
		Dienob iipoekinon i pyimbi.

# 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

N₂	Наименование			. •			
				Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)		*	
п.п	раздела учебной		G. G.	Обязат. текущий контроль (форма неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	
	дисциплины			уп [od	H E	bw	19
			Tp   1p   1p   1p   1p   1p   1p   1p	ек (ф	31. 13.	оф	nda Ida
			Лекции/ Практ. (семинары )/ Лабораторные работы, час.	T. I	7a. ps	Аттестация раздела (фо неделя)	Индикаторы освоения компетенции
		И	ии на ра	ат. 20.	33	Та Па	ка ни
		Недели	M M M (0)	Обязат. контро. неделя)	KC	Аттест: раздела неделя)	Индикат освоения компетен
		le,	ler Cer Ia	.0E	<b>1a</b> a_		LH, CB
		1	R O R B	O 2 E	20	H d	A O A
	4 Семестр						
1	Первый раздел	1-8	15/0/15		25	КИ-8	3-ОПК-1,
							У-ОПК-1,
							В-ОПК-1,
							3-ОПК-3,
							У-ОПК-3,
							В-ОПК-3,
							3-ПК-1,
							У-ПК-1,
							В-ПК-1,
							3-ПК-2,
							У-ПК-2,
							В-ПК-2,
							3-ПК-3,
							У-ПК-3,
							В-ПК-3
2	Второй раздел	9-15	15/0/15		25	КИ-15	3-ОПК-1,
							У-ОПК-1,
							В-ОПК-1,
							3-ОПК-3,
							У-ОПК-3,
							В-ОПК-3,
							3-ПК-1,
							У-ПК-1,
							В-ПК-1, В-ПК-1,
							· ·
							3-ПК-2,
							У-ПК-2,
							В-ПК-2,
							3-ПК-3,
							У-ПК-3,
							В-ПК-3
	Итого за 4 Семестр		30/0/30		50		
	Контрольные		2 2. 3, 2 0		50	3	3-ОПК-1,
	мероприятия за 4						У-ОПК-1,
							,
	Семестр						В-ОПК-1,
							3-ОПК-3,
							У-ОПК-3,
							В-ОПК-3,

			э пи 1
			3-ПК-1,
			У-ПК-1,
			В-ПК-1,
			3-ПК-2,
			У-ПК-2,
			В-ПК-2,
			3-ПК-3,
			У-ПК-3,
			В-ПК-3

<sup>\* –</sup> сокращенное наименование формы контроля

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
3	Зачет

## КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек.,	Пр./сем.,	Лаб.,
		час.	час.	час.
	4 Семестр	30	0	30
1-8	Первый раздел	15	0	15
1	Тема 1	Всего а	часов	
	Понятие персистентности структуры данных. Уровни	3	0	3
	персистентности. Функциональные структуры данных и	Онлайн	H	
	их связь с персистентностью.	0	0	0
2 - 4	Тема 2	Всего а	удиторных	часов
	Метод копирования путей. Метод толстых нод. Схема	3	0	3
	преобразования структуры данных, построенной на	Онлайн	I	
	указателях, в персистентую.	0	0	0
5	Тема 3	Всего а	удиторных	часов
	Бинарные деревья поиска. AVL дерево.	3	0	3
		Онлайн	I	
		0	0	0
6	Тема 4	Всего а	удиторных	часов
	Дерево отрезков. Способы хранения дерева отрезков.	2	0	2
	Нерекурсивная реализация (снизу вверх) стандартных	Онлайн	I	
	операций. Персистентное дерево отрезков.	0	0	0
7	Тема 5	Всего а	удиторных	часов
	Дерева отрезков с массивами в вершинах. Применение	2	0	2
	fractional cascading для решения задачи числа в первого	Онлайн	I	
	числа в произвольном подмассиве больше или равного	0	0	0
	заданному. Двумерное дерево отрезков для запроса			
	суммы.			
8	Тема 6	Всего а	удиторных	часов
	Операция массового обновления. Реализация за O(log(n)) с	2	0	2

<sup>\*\*</sup> – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

	отложенным проталкиванием обновлений. Связь с	Онлай	<del></del> ÍН	
	дистрибутивностью операций запроса и обновления.	0	0	0
9-15	Второй раздел	15	0	15
9	Тема 7	Всего	аудиторны	х часов
	Применение дерева отрезков для онлайн задач. Задача о	2	0	2
	количестве точек внутри прямоугольника при	Онлай	íн	•
	фиксированном наборе точек. Задача поиска количества уникальных чисел в подмассиве.	0	0	0
10	Тема 8	Всего	аудиторны	х часов
	Префиксный массив, разреженная таблица, дерево	2	0	2
	Фенвика.	Онлай	íн	1
		0	0	0
11	Тема 9	Всего	аудиторны	х часов
	Декартово дерево. Декартово дерево со случайными	2	0	2
	приоритетами и его высота. Дерево по неявному ключу.	Онлай	íн	
	Структура данных горе.	0	0	0
12	Тема 10	Всего	аудиторны	х часов
	Splay дерево. Операция splay. Амортизированное время	2	0	2
	работы splay.	Онлай	ÍН	
		0	0	0
13	Тема 11	Всего	аудиторны	х часов
	Scapegoat Tree, амортизированное время работы.	2	0	2
	Применение Scapegoat Tree для решения задачи List Order	Онлай	и́Н	
	Maintenance за константное амортизированное время.	0	0	0
14	Тема 12	Всего	аудиторны	х часов
	Двоичные подъемы. Алгоритм нахождения LCA.	2	0	2
	Алгоритм Фарах-Колтона и Бендера.	Онлай	íн	
		0	0	0
15	Тема 13	Всего	аудиторны	их часов
	Быстрое преобразование Фурье. Быстрое перемножение	3	0	3
	полиномов.	Онлай	<b>и</b> н	
		0	0	0

# Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
BM	Видео-материалы
AM	Аудио-материалы
Прз	Презентации
T	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Недели	Темы занятий / Содержание	
	4 Семестр	
1 - 8	Лабораторная работа	

	Лабораторная работа №1. Персистентные и функциональные структуры данных. Лабораторная работа №2. Дерево отрезков.
9 - 15	Лабораторная работа
	Лабораторная работа №3. Декартово дерево (treap) и основанные на ней структуры
	данных.

#### 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе занятий рассматриваются практические задачи, делается акцент на прикладных исследованиях. Студенты получают опыт самостоятельной подготовки законченных программ, улучшают навыки параллельного программирования, учатся систематизировать и представлять результаты исследований в виде отчетов, а также проводить оптимизацию программного кода для повышения его быстродействия.

При обсуждении тем практических занятий используются интерактивные формы обучения, в частности используются презентации, обсуждаются последние научные работы, передовые технологии параллельного программирования и архитектуры новых видеокарт, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

### 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие
	_	(КП 1)
ОПК-1	3-ОПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	У-ОПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	В-ОПК-1	3, КИ-8, КИ-15
ОПК-3	3-ОПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	У-ОПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	В-ОПК-3	3, КИ-8, КИ-15
ПК-1	3-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
ПК-2	3-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-2	3, КИ-8, КИ-15
ПК-3	3-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-3	3, КИ-8, КИ-15

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех	Оценка	Требования к уровню освоению
	балльной шкале	ECTS	учебной дисциплины
90-100	5 — «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89		В	Оценка «хорошо» выставляется студенту,
75-84		С	если он твёрдо знает материал, грамотно и
70-74	4 – «хорошо»	D	по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
65-69			Оценка «удовлетворительно»
60-64	3 — «удовлетворительно»	Е	выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
Ниже 60	2 — «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

### 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

OCHOB	НАЯ	ЛИТ	ΈРАТ	ЪРА:

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

#### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

https://online.mephi.ru/

http://library.mephi.ru/

# 9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

### 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1. Проведение лекционных и лабораторных занятий

В рамках курса предусмотрено проведение практических и лабораторных занятий. Используя прослушанный материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заланий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

#### 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются - лабораторные работы.

Рубежный контроль проводится на 8 и 15 неделе. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

### 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Проведение лекционных и лабораторных занятий

В рамках курса предусмотрено проведение практических и лабораторных занятий. Используя прослушанный материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заланий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

### 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются - лабораторные работы.

Рубежный контроль проводится на 8 и 15 неделе. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Кочанов Марк Борисович