

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО НТС ЛАПЛАЗ

Протокол № 1/04-577

от 27.04.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 03.03.01 Прикладные математика и физика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/В СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
5	3-4	108- 144	32	32	0	17-35	0	Э
6	3	108	30	30	0	12	0	Э
Итого	6-7	216- 252	62	62	0	0	29-47	0

## АННОТАЦИЯ

В курсе уравнений математической физики изучаются задачи для уравнений в частных производных, которые возникают в различных областях физики. Изложение курса начинается с рассмотрения нескольких физических процессов, приводящих к одним и тем же базовым математическим моделям. Этими базовыми моделями являются волновое уравнение, уравнение теплопроводности и диффузии, а также уравнения Лапласа и Пуассона. Студенты учатся ставить задачи для перечисленных уравнений, переходя от словесной формулировки физического процесса к его математическому описанию (математической модели).

Основная часть курса посвящена описанию математического аппарата, необходимого для решения различных задач для уравнений в частных производных. Именно, рассматриваются краевые задачи, смешанные (или начально-краевые) задачи, а также задача Коши. Для решения этих задач используются метод Фурье, метод функции Грина, метод потенциалов и др.

В заключительной части курса рассматриваются специальные функции, возникающие при решении задач для уравнений в частных производных. Излагается теория цилиндрических функций, классических ортогональных полиномов и сферических функций.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины являются:

овладение математическим аппаратом, применяемым для постановки и аналитического решения задач математической физики;

приобретение знаний и практических навыков, необходимых для успешной научной, исследовательской и профессиональной деятельности в различных областях физики.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Учебная дисциплина логически и содержательно-методически читается после завершения цикла общих математических и естественнонаучных дисциплин, предваряя цикл специальных дисциплин.

Курс уравнений математической физики опирается на материал следующих дисциплин: Физика: механика, молекулярная физика и статистическая термодинамика, электричество и магнетизм, волны и оптика, атомная физика; Математика: математический анализ, аналитическая геометрия, линейная алгебра, векторный и тензорный анализ, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения, интегральные уравнения; Функциональные ряды.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по общему курсу физики и университетскому курсу математики. Необходимо знать дифференциальное и интегральное исчисление, векторный и тензорный анализ, уметь решать дифференциальные и интегральные уравнения. Требуется владеть методами теории функции комплексного переменного, уметь работать с функциональными рядами и многомерными несобственными интегралами. Следует иметь представление об основных задачах механики, термодинамики, физики электрических и магнитных явлений, оптики, атомной физики.

Освоение курса уравнений математической физики необходимо для изучения теоретической физики, специальных физических дисциплин, численных методов, а также для всех дисциплин, связанных с математическим моделированием физических процессов.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности	3-ОПК-1 [1] – Знать фундаментальные основы, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, знать методы анализа информации. У-ОПК-1 [1] – Уметь использовать на практике углубленные фундаментальные знания, полученные в области естественных и гуманитарных наук. В-ОПК-1 [1] – Владеть навыками обобщения, синтеза и анализа фундаментальных знаний, полученные в области информационных технологий, естественных и гуманитарных наук, владеть научным мировоззрением
ОПК-4 [1] – Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	3-ОПК-4 [1] – Знать принципы, методы и средства сбора и обработки научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач на основе информационной и библиографической культуры. У-ОПК-4 [1] – Уметь осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач с применением информационно-коммуникационных технологий. В-ОПК-4 [1] – Владеть навыками сбора, обработки и анализа научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач
ОПК-5 [1] – Способен участвовать в проведении фундаментальных и прикладных исследований и разработок, самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе математические, методы исследований и работать на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре	3-ОПК-5 [1] – Знать современные теоретические, в том числе математические, и экспериментальные методы исследований для решения профессиональных задач. У-ОПК-5 [1] – Уметь применять знания в области математики, физики и других наук в профессиональной деятельности, в том числе для проведения научных и прикладных исследований, их экспериментального и теоретического изучения, уметь самостоятельно осваивать новые теоретические, в том числе математические, методы исследований. В-ОПК-5 [1] – Владеть навыками проведения фундаментальных и прикладных исследований и

разработок, работы на современной экспериментальной научно-исследовательской, измерительно-аналитической и технологической аппаратуре

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

<b>Задача профессиональной деятельности (ЗПД)</b>	<b>Объект или область знания</b>	<b>Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции</b>
научно-исследовательский			
<p>проведение научных и аналитических исследований по отдельным разделам (этапам, заданиям) темы (проекта) в рамках предметной области по профилю специализации в соответствии с утвержденными планами и методиками исследований участие в проведении наблюдений и измерений, выполнении эксперимента и обработке данных с использованием современных компьютерных технологий</p>	<p>природные и социальные явления и процессы, объекты техники, технологии и производства, модели, методы и средства фундаментальных и прикладных исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах наукоемкого производства, управления и бизнеса.</p>	<p>ПК-1 [1] - Способен проводить сбор, анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 25.049, 40.011</p>	<p>З-ПК-1[1] - Знать способы сбора, анализа научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования. ; У-ПК-1[1] - Уметь синтезировать и анализировать научно-техническую информацию по тематике исследования. ; В-ПК-1[1] - Владеть навыками сбора, синтеза и анализа научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования.</p>
<p>сбор и обработка научной и аналитической информации с использованием современных средств и методов вычислительной математики,</p>	<p>природные и социальные явления и процессы, объекты техники, технологии и производства, модели, методы и средства фундаментальных и прикладных</p>	<p>ПК-3 [1] - Способен применять численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений для различных физико-технических задач</p> <p><i>Основание:</i></p>	<p>З-ПК-3[1] - Знать численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений для различных физико-технических задач. ; У-ПК-3[1] - Уметь применять численные</p>

компьютерных и информационных технологий участие в проведении теоретических исследований, построении физических, математических и компьютерных моделей изучаемых процессов и явлений, в проведении аналитических исследований в предметной области по профилю специализации;	исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах наукоемкого производства, управления и бизнеса.	Профессиональный стандарт: 06.001, 25.049, 40.011	методы решения дифференциальных и интегральных уравнений для различных физико-технических задач.; В-ПК-3[1] - Владеть навыками решения дифференциальных и интегральных уравнений численными методами для физико-технических задач.
--	---	---	--

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал дисциплин
Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование творческого инженерного/профессионального мышления, навыков организации коллективной проектной деятельности (В22)	1.Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для развития навыков коммуникации, командной работы и лидерства, творческого инженерного мышления, стремления следовать в профессиональной деятельности нормам поведения, обеспечивающим нравственный характер трудовой деятельности и неслужебного поведения, ответственности за принятые решения через подготовку групповых курсовых работ и практических заданий, решение кейсов, прохождение практик и подготовку ВКР. 2.Использование воспитательного потенциала дисциплин профессионального модуля для: - формирования производственного коллективизма в ходе совместного решения как модельных, так и практических задач, а также путем

		подкрепление рационально-технологических навыков взаимодействия в проектной деятельности эмоциональным эффектом успешного взаимодействия, ощущением роста общей эффективности при распределении проектных задач в соответствии с сильными компетентностными и эмоциональными свойствами членов проектной группы.
--	--	--

## 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практик. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>5 Семестр</i>						
1	Раздел 1	1-8	16/20/0		25	БДЗ-8	З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, З-ОПК-4, У-ОПК-4, В-ОПК-4, З-ОПК-5, У-ОПК-

							5, В- ОПК- 5, 3-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1, 3-ПК- 3, У- ПК-3, В- ПК-3
2	Раздел 2	9-16	16/12/0		25	БДЗ-16	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- ОПК- 4, У- ОПК- 4, В- ОПК- 4, 3- ОПК- 5, У- ОПК- 5, В- ОПК- 5, 3-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1, 3-ПК- 3, У-

							ПК-3, В- ПК-3
	<i>Итого за 5 Семестр</i>		32/32/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 5 Семестр</b>				50	Э	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- ОПК- 4, У- ОПК- 4, В- ОПК- 4, 3- ОПК- 5, У- ОПК- 5, В- ОПК- 5, 3-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1, 3-ПК- 3, У- ПК-3, В- ПК-3
	<i>6 Семестр</i>						
1	Раздел 1	1-7	14/16/0		25	БДЗ-7	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК-



							1, 3- ОПК- 4, У- ОПК- 4, В- ОПК- 4, 3- ОПК- 5, У- ОПК- 5, В- ОПК- 5, 3-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1, 3-ПК- 3, У- ПК-3, В- ПК-3
2	Раздел 2	8-15	16/14/0		25	БДЗ-15	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- ОПК- 4, 4, У- ОПК- 4, В- ОПК- 4, 3- ОПК- 5,

							У- ОПК- 5, В- ОПК- 5, З-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1, З-ПК- 3, У- ПК-3, В- ПК-3
	<i>Итого за 6 Семестр</i>		30/30/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 6 Семестр</b>				50	Э	З- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, З- ОПК- 4, У- ОПК- 4, В- ОПК- 4, З- ОПК- 5, У- ОПК- 5, В- ОПК- 5, З-ПК- 1, У- ПК-1, В- ПК-1,

							З-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
--	--	--	--	--	--	--	------------------------------

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
БДЗ	Большое домашнее задание
Э	Экзамен

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>5 Семестр</i>	32	32	0
<b>1-8</b>	<b>Раздел 1</b>	16	20	0
1 - 3	<b>Тема 1. (начало). Математические модели физических процессов.</b> Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение малых продольных колебаний стержня. Телеграфные уравнения. Уравнение малых поперечных колебаний мембраны. Уравнения гидродинамики идеальной жидкости. Уравнения акустики. Постановка задач, начальные и граничные условия.	Всего аудиторных часов		
		5	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
3 - 5	<b>Тема 2 (начало). Задачи для волнового уравнения в неограниченных областях.</b> Уравнения акустики в одномерном случае. Уравнения бегущих волн. Характеристики. Прямая и обратная волны. Задача Коши для одномерного однородного волнового уравнения. Формула Д'Аламбера. Смешанная первая и вторая краевые задачи для однородного волнового уравнения на полупрямой. Задача о распространении краевого режима.	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
5 - 8	<b>Тема 3 (начало). Метод Фурье.</b> Задача о колебаниях закрепленной струны с произвольными начальными данными. Решение задачи методом Фурье. Получение первой и второй формул Грина. Свойства собственных функций и собственных значений задачи Штурма – Лиувилля. Смешанная однородная краевая задача для обобщенного волнового уравнения. Решение задачи методом Фурье.	Всего аудиторных часов		
		6	6	0
		Онлайн		
		0	0	0

	Общая смешанная неоднородная краевая задача для обобщенного волнового уравнения. Смешанная краевая задача для неоднородного волнового уравнения с однородными дополнительными условиями. Решение задачи методом Фурье. Принцип Дюамеля.			
8	<b>Тема 2 (продолжение). Задачи для волнового уравнения в неограниченных областях.</b> Задача Коши для одномерного неоднородного волнового уравнения. Принцип Дюамеля. Третье слагаемое в формуле Д'Аламбера.	Всего аудиторных часов		
		1	2	0
		Онлайн		
		0	0	0
9-16	<b>Раздел 2</b>	16	12	0
9	<b>Тема 1 (продолжение). Математические модели физических процессов.</b> Вывод уравнения теплопроводности и диффузии. Постановка задач.	Всего аудиторных часов		
		1	0	0
		Онлайн		
		0	0	0
9 - 10	<b>Тема 3 (окончание). Метод Фурье.</b> Смешанная однородная краевая задача для обобщенного уравнения теплопроводности. Решение задачи методом Фурье. Общая смешанная неоднородная краевая задача для обобщенного уравнения теплопроводности. Смешанная краевая задача для неоднородного уравнения теплопроводности с однородными дополнительными условиями. Решение задачи методом Фурье. Принцип Дюамеля. Задача об остывании однородного стержня с нулевой температурой на обоих концах. Решение задачи методом Фурье. Бесконечная дифференцируемость решения.	Всего аудиторных часов		
		2	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
10 - 14	<b>Тема 4. Задачи для уравнения теплопроводности в неограниченных областях.</b> Понятие функции Грина для уравнения теплопроводности. Физический смысл функции Грина. Элементы теории обобщенных функций. Построение функции Грина задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом функции Грина. Первая и вторая смешанные краевые задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой. Решение методом функции Грина. Функция Грина задачи Коши для многомерного уравнения теплопроводности. Принцип максимума для решений уравнения теплопроводности. Корректность первой смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности.	Всего аудиторных часов		
		8	6	0
		Онлайн		
		0	0	0
14 - 15	<b>Тема 2 (окончание). Задачи для волнового уравнения в неограниченных областях.</b> Решение задачи Коши для трехмерного однородного волнового уравнения. Решение задачи Коши для двумерного однородного волнового уравнения. Принцип Гюйгенса.	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
		0	0	0
15 - 16	<b>Тема 5. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных.</b>	Всего аудиторных часов		
		3	0	0

	Общий вид линейного дифференциального уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными. Условие разрешимости задачи Коши. Характеристики. Классификация уравнений. Приведение к каноническому виду.	Онлайн		
		0	0	0
	<i>6 Семестр</i>	30	30	0
<b>1-7</b>	<b>Раздел 1</b>	14	16	0
1	<b>Тема 1 (окончание). Математические модели физических процессов.</b> Гравитационный потенциал и уравнение Лапласа. Примеры стационарных явлений. Потенциалы (электростатический, потенциал скоростей и др.). Постановка краевых задач. Задачи Дирихле и Неймана.	Всего аудиторных часов		
		1	0	0
		Онлайн		
		0	0	0
1 - 3	<b>Тема 6. Гармонические функции. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона.</b> Формулы Грина и их следствия. Интегральное представление гармонической функции. Свойства гармонических функций. Теорема о среднем значении гармонической функции. Принцип максимума для гармонических функций. Корректность задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Формула, дающая решение задачи Дирихле через интегралы от функции Грина. Физический смысл функции Грина и ее основные свойства.	Всего аудиторных часов		
		5	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
4 - 7	<b>Тема 7. Метод потенциалов.</b> Потенциалы точечного заряда и точечного диполя. Потенциалы (объемный, простого слоя, двойного слоя) и их роль в теории уравнений Лапласа и Пуассона. Потенциалы как несобственные интегралы, зависящие от параметра. Объемный потенциал и его свойства. Потенциал простого слоя и его свойства. Потенциал двойного слоя и его свойства. Решение основной задачи электростатики при помощи потенциала простого слоя. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом потенциалов. Решение задачи Неймана для уравнения Пуассона методом потенциалов.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
<b>8-15</b>	<b>Раздел 2</b>	16	14	0
8 - 11	<b>Тема 8. Цилиндрические функции.</b> Теорема об ограниченных и неограниченных решениях основного уравнения теории специальных функций. Гамма-функция Эйлера. Уравнение Бесселя. Построение ограниченного решения уравнения Бесселя. Функция Бесселя отрицательного порядка. Функция Вебера. Линейная независимость функции Бесселя и функции Вебера. Формулы дифференцирования цилиндрических функций. Цилиндрические функции полуцелого порядка. Нули цилиндрических функций и их свойства. Интегралы от произведения цилиндрических функций. Первая краевая задача на собственные значения для уравнения Бесселя. Модифицированное уравнение Бесселя. Основные свойства модифицированных функций Бесселя.	Всего аудиторных часов		
		7	10	0
		Онлайн		
		0	0	0

11 - 15	<b>Тема 9. Классические ортогональные полиномы и сферические функции.</b> Основное уравнение теории специальных функций в случае двух особых точек. Условие самосопряженности оператора краевой задачи. Уравнения гипергеометрического типа. Решения в виде полиномов, их основные свойства. Формула Родрига. Полиномы Лежандра, Чебышева – Лагерра, Чебышева – Эрмита. Присоединенные функции Лежандра. Сферические и шаровые функции.	Всего аудиторных часов		
		9	4	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При освоении данной дисциплины основную роль играют аудиторные занятия в виде лекций и семинаров, а также самостоятельная работа студентов, заключающаяся в выполнении домашнего задания. Чтобы стимулировать творческий потенциал студентов, часть семинаров проводится в интерактивном режиме.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)	Аттестационное мероприятие (КП 2)
ОПК-1	З-ОПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	У-ОПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	В-ОПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
ОПК-4	З-ОПК-4	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	У-ОПК-4	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	В-ОПК-4	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15

ОПК-5	З-ОПК-5	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	У-ОПК-5	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	В-ОПК-5	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
ПК-1	З-ПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	У-ПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	В-ПК-1	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
ПК-3	З-ПК-3	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	У-ПК-3	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15
	В-ПК-3	Э, БДЗ-8, БДЗ-16	Э, БДЗ-7, БДЗ-15

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ С 54 Задачи и упражнения по уравнениям математической физики : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012
2. ЭИ И 15 Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности : учебное пособие, Москва: Физматлит, 2012
3. ЭИ Г71 Уравнения математической физики в примерах и задачах Ч. 1 , , : МИФИ, 2008
4. ЭИ Г71 Уравнения математической физики в примерах и задачах Ч. 2 , , : МИФИ, 2008
5. 517 Н62 Лекции по уравнениям и методам математической физики : , А. Ф. Никифоров, Долгопрудный: Интеллект, 2009

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ П 54 Справочник по линейным уравнениям математической физики : , Москва: Физматлит, 2007
2. 517 В57 Уравнения математической физики : учебник для вузов, Москва: Физматлит, 2008
3. 517 М54 Метод разделения переменных : методические рекомендации к проведению практических занятий, , Москва: МИФИ, 2007
4. 517 Г71 Уравнения математической физики в примерах и задачах Ч. 1 , , : МИФИ, 2008
5. 517 Г71 Уравнения математической физики в примерах и задачах Ч. 2 , , : МИФИ, 2008
6. 517 К72 Уравнения математической физики Ч.1 , , : МИФИ, 2007
7. 517 К72 Уравнения математической физики Ч.2 , , : МИФИ, 2008
8. 517 Б90 Сборник задач по математической физике : Учеб. пособие для ун-тов, Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов, Москва: Физматлит, 2004
9. 517 С23 Сборник задач по уравнениям математической физики : , Под ред.Владимирова В.С., Москва: Физматлит, 2004
10. 517 Т46 Уравнения математической физики : Учеб. пособие для вузов, Тихонов А.Н.,Самарский А.А., Москва: МГУ; Наука, 2004

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:



Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

### **1. Защита большого домашнего задания**

Для аттестации разделов (т.е. допуска к экзамену) студенты должны выполнить и защитить большое домашнее задание (бдз). Бдз выдается в каждом семестре и состоит из 10 задач. При защите большого домашнего задания за каждую защищенную студентом задачу выставляется 5 баллов. Задача считается защищенной, если она верно поставлена и решена, а студент ответил на все без исключения вопросы экзаменатора по этой задаче. Для аттестации каждого раздела студент должен защитить не менее трех задач (15 баллов). Максимальное число баллов за раздел (25 баллов) студент получает в случае защиты всех пяти задач, соответствующих этому разделу.

При оформлении бдз следует помнить, что каждая задача начинается с математической (а не словесной) постановки. При отсутствии таковой задача даже не будет рассматриваться. Если в ходе решения задача расщепляется на несколько вспомогательных задач, для каждой из таких задач необходимо выписать полную математическую постановку.

Каждая задача должна быть доведена до ответа, причем все интегралы должны быть вычислены. Если хотя бы один интеграл не взят, задача не засчитывается.

Ответ, который вы получите в ходе решения, может и не совпадать с ответом, приведенным в задачнике. Во-первых, в задачниках встречаются опечатки, во-вторых, учебные задачи могут быть решены различными способами. Разные способы решения могут приводить к разным представлениям решения несмотря на то, что это будет одна и та же функция. Особенно заметен этот эффект при получении решений методом Фурье в случае неоднородных задач.

Затягивать с решением задач до конца семестра не следует. Большим заданием бдз называется не потому, что задач много, а потому, что большинство задач требует сложных продолжительных вычислений. За одну неделю самостоятельно сделать бдз из десятка задач могут лишь очень немногие студенты. Будет несколько самонадеянно полагать, что именно вы относитесь к их числу.

Защита бдз для большинства студентов – мероприятие не на один и не на два дня. С первого раза защитить бдз не удастся почти никому. Поэтому для того, чтобы защитить бдз до начала экзаменов, необходимо сделать максимально возможное число задач к первой защите. И, разумеется, не пропускать ни одной защиты, поскольку их число ограничено. Вдобавок, задачи легче всего защищать на первых попытках, т.е. до начала зачетной недели. Причина проста – пока защищается много студентов, вы имеете неплохой шанс быстро выяснить

тонкости вашей конкретной задачи у тех, кто уже защитил что-то подобное. Во время же зачетной недели обычно спрашивать уже не у кого, либо на это нужно много времени. Помните, что защитить бдз во время экзаменационной сессии удастся немногим, а во время пересдач экзаменов – так и вовсе единицам.

При решении задач в течение семестра не стесняйтесь спрашивать преподавателя, если вам что-то непонятно. Главное здесь – четко сформулировать интересующую вас проблему. Если преподаватель вам не ответил, спросите еще раз. Помните, что в данной ситуации именно вы должны проявлять инициативу.

## 2. Посещение лекций и семинаров

Возможно, в природе и существуют студенты, способные сдать курс, не посетив при этом ни одного занятия. Но подобный эксперимент, как правило, заканчивается отчислением. Так что ходить и работать придется. Причем просто ходить и ничего не делать – совершенно бессмысленно, поскольку за посещения пока еще в МИФИ оценки редко ставят. Раз уж пришли – работайте, задавайте вопросы преподавателям, они это любят.

## 3. Работа на лекциях

При записи лекций обязательно записывайте то, что говорит (и не пишет) преподаватель – все эти замечания, оговорки, дополнительные соображения и так далее. Помните, что на экзамене вас могут (и будут) гонять по всему курсу, а вовсе не только по экзаменационным вопросам. Знание только лишь экзаменационных вопросов вам не гарантирует даже минимальной оценки, основная сложность экзаменов – именно вот в этих дополнительных вопросах.

Если на лекциях преподаватель дает упражнения – старайтесь их сделать в тот же день. Иначе забудете, в каком контексте они возникали. А вот такие вот упражнения – очень хороший дополнительный вопрос на экзамене.

## 4. Работа на семинарах

Математическая физика – предмет очень сложный. Если вы думаете, что просто переписав с доски решение какой-нибудь задачи вы немедленно научитесь ее решать, то вы заблуждаетесь. Поэтому повторяйте материал семинаров дома, проделывая все выкладки. Особенно те, которые преподаватель не выписывал на доске, полагая их очевидными. Если что-то не получается, формируйте список проблем. А дальше – см. последний абзац раздела «Защита большого домашнего задания».

Помните, что почти все семинары – уникальны. Всевозможных методов и тонкостей их применения в математической физике столько, что разбирать одни и те же задачи на протяжении нескольких семинаров у преподавателей просто нет возможности. Поэтому пропуск даже одного – двух семинаров довольно заметно сказывается на вашем понимании математической физики (и не в лучшую сторону).

## 5. Решение задач во внеаудиторное время

При решении задач по математической физике в домашних условиях большую помощь могут оказать задачки, если вы научитесь правильно их использовать. Особенно ценен в этом отношении задачник Б. М. Будака, А. А. Самарского и А. Н. Тихонова. Его непомерная толщина объясняется вовсе не большим количеством задач, а очень подробными ответами, включающими иногда вообще все необходимые выкладки. Поэтому если что-то непонятно, а

спросить не у кого, – ищите похожие задачи в задачниках. Почти наверняка что-нибудь найдете не в одном, так в другом. Кое-какие задачи можно найти и в учебниках, но их там гораздо меньше.

## 6. Экзамен

Следует помнить, что экзамен – устный. Так что если у вас полностью выписаны ответы на вопросы экзаменационного билета, но сказать при этом вы ничего не можете, то результатом окажется неудовлетворительная оценка. Помните, что самыми частыми вопросами на экзамене будут следующие: а что это за буква; а как из этой строчки следует та, что пониже; а что у вас вот этот символ обозначает; ну и тому подобное.

При ответе на вопросы билета у вас на экзаменационном листе должны присутствовать ответы на оба вопроса. Если вы блестяще ответили на один вопрос, но ничего не знаете по второму – неудовлетворительная оценка гарантирована, причем без всяких дополнительных вопросов. Поэтому всегда начинайте с самого простого вопроса. Если хоть что-нибудь можете выдать по обоим вопросам – у вас есть неплохой шанс избежать пересдачи.

Не следует думать, что на экзамен выносятся только теория. Экзамен сдается по всему курсу, так что какие-то сравнительно простые задачи обязательно достанутся именно вам. Особенно часто в качестве таких вопросов выступает постановка задач, так что учитесь их ставить. Не стесняйтесь прибегать к помощи здравого смысла и физических аналогий при ответе на дополнительные вопросы. Чаще всего ничего другого от вас и не требуется.

Отвечать на вопросы преподавателя следует бодро и с уверенным видом, даже если вы несете полную ахинею. Всегда есть шанс, что вас слушают невнимательно. Выражений типа «по-моему», «мне кажется», «я точно не помню» и т.д. не следует употреблять ни в коем случае.

Не торопитесь с ответом на вопрос преподавателя. Подумайте хотя бы несколько секунд. Не каждый преподаватель даст вам шанс исправить допущенную ошибку.

Ну и самое главное – к экзамену следует готовиться. Не пренебрегайте этим правилом.

## 7. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Уравнения математической физики» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине «Уравнения математической физики» используются

- Большого домашнего задания

Рубежный контроль проводится на 8 и 16 неделе на 5 семестре и на 8 и 15 неделе на 6 семестре. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена как на 5, так и на 6 семестрах.

При защите большого домашнего задания за каждую защищенную студентом задачу выставляется 5 баллов. Задача считается защищенной, если она верно поставлена и решена, а студент ответил на все без исключения вопросы экзаменатора по этой задаче. Для аттестации

каждого раздела студент должен защитить не менее трех задач (15 баллов). Максимальное число баллов за раздел (25 баллов) студент получает в случае защиты всех пяти задач, соответствующих этому разделу.

## **11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Проведение семинарских занятий, осенний семестр**

Начинать практические занятия следует с постановки задач математической физики. Постановке задач необходимо уделить не менее трех семинаров, больше – лучше. На практических занятиях должны быть разобраны постановки смешанных краевых задач для уравнения малых поперечных колебаний струны, малых продольных колебаний стержня, одномерного уравнения теплопроводности и диффузии, а также задач с телеграфными уравнениями. При наличии времени можно также уделить внимание задачам для уравнений Лапласа и Пуассона: задачам электро- и магнитостатики, задачам определения стационарной температуры и др.

Пару семинаров следует выделить на решение задач Штурма – Лиувилля и родственных им краевых задач на собственные значения. При этом следует рассмотреть в том числе и такие задачи, в которых имеется отличная от постоянной весовая функция. Полезно при решении каждой задачи не только находить собственные значения и собственные функции, но и вычислять квадрат нормы собственных функций исследуемой задачи.

Не менее пяти семинаров за весь семестр следует уделить решению задач методом Фурье для уравнений гиперболического и параболического типов. Два занятия следует выделить на решение однородных задач, остальное – на решение неоднородных задач. Обязательно должны быть разобраны задачи с краевыми условиями первого, второго и третьего рода. При разборе неоднородных задач следует продемонстрировать как использование принципа Дюамеля для неоднородных уравнений (при разложении решения по собственным функциям однородной задачи), так и устранение неоднородностей при помощи расщепления исходной задачи на несколько вспомогательных задач. При наличии времени можно также продемонстрировать решение задач методом Фурье в многомерном случае.

Не менее двух семинаров должно быть уделено решению задач для уравнения теплопроводности методом функции Грина. Следует продемонстрировать как решение задачи Коши, так и решение первой и второй смешанных краевых задач на полупрямой. Также следует разобрать несколько многомерных задач.

При наличии времени в конце семестра можно продемонстрировать студентам решение задач для волнового уравнения методом характеристик, а также решение задачи Коши при помощи формулы Д’Аламбера. Возможно также рассмотреть задачи на приведение уравнений к каноническому типу, а также решение задачи Коши для неоднородных уравнений гиперболического типа.

### **2. Проведение семинарских занятий, весенний семестр**

Начинать семестр следует с повторения метода Фурье, но уже для задач с уравнением Лапласа или Пуассона. Обязательно нужно уделить один семинар решению задач для этих уравнений на плоскости.

Два – три семинара должны быть выделены на решение задачи Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона. Студенты должны научиться строить функцию Грина методом

электростатических изображений, а также использовать функцию Грина при решении краевых задач.

Два – три занятия должно быть выделено на решение задач с использованием потенциалов. Необходимо продемонстрировать способы вычисления всех трех потенциалов как исходя из определения (т.е. вычислением соответствующих интегралов), так и исходя из свойств потенциалов (путем сведения к решению соответствующих краевых задач). Студенты также должны научиться решать краевые задачи методом потенциалов. Для решения возникающих при этом интегральных уравнений целесообразно напомнить простейшие способы их решения: решение интегральных уравнений с вырожденным ядром и метод последовательных приближений. При наличии времени можно также продемонстрировать решение задач, в которых требуется определить плотность заряда, индуцированного внешним полем на замкнутой проводящей поверхности.

Не менее трех семинаров должно быть использовано для решения краевых задач методом Фурье с использованием цилиндрических функций. В число разбираемых задач обязательно должны быть включены задачи с неоднородным уравнением и (или) неоднородными граничными условиями. При наличии времени также полезно разобрать задачи с модифицированными цилиндрическими функциями.

Два – три семинара следует выделить на решение краевых задач методом Фурье с использованием полиномов Лежандра и сферических функций. Среди прочего необходимо разобрать задачи, в которых используется производящая функция для полиномов Лежандра.

При наличии времени можно также продемонстрировать решение краевых задач, в которых одновременно появляются цилиндрические и сферические функции, а также задач, где появляются полиномы Лагерра или Эрмита. Однако следует помнить, что такие задачи весьма сложны и могут быть восприняты лишь наиболее подготовленными студентами.

### 3. Защита большого домашнего задания

Для допуска к экзамену студенты должны выполнить и защитить большое домашнее задание (бдз). Бдз выдается в каждом семестре. Как правило, используются два основных способа выдачи и защиты бдз.

Первый способ. На каждом семинаре студентам выдается не менее одной задачи в качестве домашнего задания (для всех студентов – одни и те же задачи). На следующем семинаре студенты должны дать отчет о выполнении этого задания. Периодически на семинарах следует устраивать самостоятельные работы в виде решения простых задач и задач средней сложности. К концу семестра у части студентов накапливается долг в виде несделанных домашних задач и нерешенных самостоятельных работ. Защита бдз заключается в устранении этого долга. Технически это выглядит как стандартный зачет: за ограниченное время студентам предлагается решить ряд задач, не пользуясь никакими источниками. При этом каждый раз студентам предлагаются разные задачи, условие которых они узнают только во время защиты бдз. Бдз считается защищенным, когда все долги оказываются закрыты. Для защиты такого рода следует подбирать простые задачи и задачи средней сложности.

Второй способ. Каждому студенту за семестр предлагается решить фиксированный набор задач (для каждого студента – свой). Целесообразно давать от шести до десяти задач, охватывающих все разделы курса. Полезно включить в этот список в том числе и задачи повышенной сложности. Защита бдз проходит в форме собеседования, при этом студент должен ответить на все возникающие у преподавателя вопросы, касающиеся хода решения конкретной задачи. Бдз считается защищенным, когда студент полностью ответил на все

вопросы по всем без исключения задачам. Во время защиты можно разрешить студентам пользоваться любыми источниками. Количество попыток защитить одну и ту же задачу ограничивать не следует.

Разумеется, можно комбинировать оба этих способа.

В настоящее время за основу взят второй способ защиты бдз. Бдз выдается в каждом семестре и состоит из 10 задач. При защите большого домашнего задания за каждую защищенную студентом задачу выставляется 5 баллов. Задача считается защищенной, если она верно поставлена и решена, а студент ответил на все без исключения вопросы экзаменатора по этой задаче. Для аттестации каждого раздела студент должен защитить не менее трех задач (15 баллов). Максимальное число баллов за раздел (25 баллов) студент получает в случае защиты всех пяти задач, соответствующих этому разделу.

При разумном подборе задач для бдз большая часть студентов, как правило, защищает бдз до окончания зачетной недели. Для того, чтобы максимизировать число студентов, допущенных к экзамену, необходимо предоставить группе несколько попыток защиты до начала экзаменационной сессии. Лучше всего это сделать еще до начала зачетной недели. В течение экзаменационной сессии также следует предусмотреть по крайней мере одну попытку защиты бдз для неуспевающих студентов (например, во время экзамена).

#### 4. Проведение экзаменов

При проведении экзамена необходимо соблюдать все формальности: выделять не менее одного академического часа на подготовку ответов по билетам, требовать от студентов заполнения шапок всех использованных ими экзаменационных листов, проставлять оценки и подписи не только в зачетку, но и на экзаменационный лист, а также не выбрасывать экзаменационные листы, поскольку они должны храниться на кафедре в течение года.

В качестве дополнительных вопросов лучше всего использовать вопросы, не требующие сколько-нибудь сложных вычислений. Особенно хороши в этом плане вопросы на рисование всевозможных графиков, а также постановка задач математической физики. Дополнительные вопросы буквально по билетам задавать большого смысла не имеет, т.к. это будет лишь проверкой способности к зубрежке материала, а не способности находить решение в сложной ситуации.

Следует помнить, что экзамен – это не только отчетное мероприятие, но и одна из необходимых форм образовательного процесса (ничуть не менее важная и самооценная, чем лекции или семинары). Поэтому не следует при выставлении оценок за экзамен руководствоваться предыдущими заслугами студента. И уж ни в коем случае нельзя ставить экзамен «автоматом».

С другой стороны, не следует оценивать студента с чисто формальной точки зрения. Помните, что в МИФИ готовят физиков, а не математиков. Поэтому наличие здравого смысла и умения соображать при ответе на дополнительные вопросы заслуживают достойной оценки.

#### 2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины «Уравнения математической физики» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине «Уравнения математической физики» используются

- Большого домашнего задания

Рубежный контроль проводится на 8 и 16 неделе на 5 семестре и на 8 и 15 неделе на 6 семестре. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена как на 5, так и на 6 семестрах.

При защите большого домашнего задания за каждую защищенную студентом задачу выставляется 5 баллов. Задача считается защищенной, если она верно поставлена и решена, а студент ответил на все без исключения вопросы экзаменатора по этой задаче. Для аттестации каждого раздела студент должен защитить не менее трех задач (15 баллов). Максимальное число баллов за раздел (25 баллов) студент получает в случае защиты всех пяти задач, соответствующих этому разделу.

Автор(ы):

Сухарев Михаил Борисович, к.ф.-м.н., доцент

Рецензент(ы):

к.ф.-м.н., профессор А.Ф. Горюнов