

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИИКС

Протокол № 8/1/2025

от 25.08.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки
(специальность)

[1] 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	KCP, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
4	2	72	30	15	0		27	0	3
5	3	108	32	16	0		24	0	Э
Итого	5	180	62	31	0	0	51	0	

АННОТАЦИЯ

Дисциплина посвящена изучению одного из разделов современной математики. Понятия и теоремы, изучаемые в рамках курса находят широкое применение в ряде других дисциплин. Систематически изучаются многие понятия, рассматриваемые в предыдущих курсах. Доказанные теоремы дают строгое математическое обоснование для ряда результатов, полученных в предыдущих курсах. Полученные знания находят широкое применение в современной прикладной математике.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины являются: изучение таких широкоиспользуемых в математике и ее приложениях понятий как метрические и топологические пространства, мера, интеграл Лебега, линейные операторы в банаховых пространствах.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: математика, математический анализ, линейная алгебра, геометрия, аналитическая геометрия, теория функций комплексного переменного, дополнительные главы теории функций комплексного переменного.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по курсам дифференциальным уравнениям, вариационному исчислению, теории функций комплексного переменного, аналитической геометрии и линейной алгебры. Необходимо уметь работать с матрицами, решать дифференциальные и интегральные уравнения, знать дифференциальное и интегральное исчисление.

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания используются, при подготовке дипломных проектов, при проведении научно-поисковых исследований. Непосредственное применение доказанные теоремы имеют в дисциплинах «Методы решения некорректных задач», «Современные проблемы теории разностных схем», «Дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом».

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной	3-ОПК-1 [1] – знать естественнонаучные методы познания окружающего мира, знать фундаментальный математический аппарат; У-ОПК-1 [1] – уметь применять естественнонаучные и математические методы исследования различных явлений, процессов и задач

деятельности	B-ОПК-1 [1] – владеть навыками исследования различных явлений и процессов с использованием естественнонаучного и математического подхода
ОПК-3 [1] – Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	3-ОПК-3 [1] – знать принципы построения математических моделей физических явлений и процессов У-ОПК-3 [1] – уметь формулировать математические модели различных явлений и процессов на основе физических принципов и законов B-ОПК-3 [1] – владеть навыками построения математических моделей физических явлений и процессов

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
научно-исследовательский			
Применение современного математического аппарата для решения сложных задач искусственного интеллекта и разработки новых алгоритмов	Задачи искусственного интеллекта. Ключевые слова: графовые нейронные сети, теория случайных графов, гильбертовы пространства, операторы	PК-8.6 [1] - (MF-5) Способен применять продвинутые математические методы (теория графов, функциональный анализ, теория категорий) для решения сложных задач ИИ и разработки новых алгоритмов <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001	3-ПК-8.6[1] - Знать:(MF-5) математические алгоритмы и структуры данных для решения задач, в том числе в области ИИ; У-ПК-8.6[1] - Уметь:(MF-5) реализовывать математические алгоритмы в виде программных комплексов для решения различных задач, в том числе в области ИИ; В-ПК-8.6[1] - Владеть:(MF-5) навыками применения продвинутыми математическими алгоритмами для решения задач ИИ и разработки новых алгоритмов
Изучение и систематизация новых научных	Научные статьи и тезисы конференций,	ПК-1 [1] - Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать	3-ПК-1[1] - знать основные методы научного познания,

<p>результатов, научной литературы или научно-исследовательских проектов в соответствии с профилем профессиональной деятельности.</p>	<p>научно-технические отчеты, опубликованные результаты научных исследований, соответствующая документация.</p>	<p>результаты научных исследований в области прикладной математики и информационных технологий</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.011</p>	<p>методы сбора и анализа информации;; У-ПК-1[1] - уметь анализировать информацию, строить логические схемы, интерпретировать результаты научных исследований, критически мыслить, сравнивать результаты различных исследований, формировать собственную позицию в рамках рассматриваемой задачи;; В-ПК-1[1] - владеть навыками работы с научной литературой и навыками интерпретации результатов научных исследований;</p>
<p>Разработка математических моделей, алгоритмов и методов для решения различных задач.</p>	<p>Математические модели и алгоритмы.</p>	<p>ПК-2 [1] - Способен понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001</p>	<p>З-ПК-2[1] - знать современный математический аппарат, используемый при описании, решении и анализе различных прикладных задач; У-ПК-2[1] - использовать современный математический аппарат для построения математических моделей и алгоритмов решения различных прикладных задач; В-ПК-2[1] - владеть навыками применения современного математического аппарата для построения математических моделей различных процессов, для</p>

			обработки экспериментальных, статистических и теоретических данных, для разработки новых алгоритмов и методов исследования задач различных типов
Использование современных информационных технологий и Интернет ресурсов для поиска и систематизации информации.	Информационные и Интернет ресурсы, содержащие результаты научных исследований и научно-техническую документацию.	ПК-3 [1] - Способен осуществлять целенаправленный поиск в сети Интернет и других источниках информации о научных достижениях в области прикладной математики , а также о современных программных средствах, относящихся к предмету исследований <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.013	З-ПК-3[1] - знать основные референтные базы данных научных публикаций, поисковые системы научной литературы;; У-ПК-3[1] - уметь осуществлять поиск научной литературы с использованием существующих поисковых систем и референтных баз данных;; В-ПК-3[1] - владеть навыками поиска научной литературы;

4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)
Профессиональное воспитание	Создание условий, обеспечивающих, формирование творческого инженерного/профессионального мышления, навыков организации коллективной проектной деятельности (В22)

5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел*	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	4 Семестр						

1	Раздел 1	1-8	16/8/0		25	КИ-8	В-ПК-2, 3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3, 3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2
2	Раздел 2	9-15	14/7/0		25	КИ-15	3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3, 3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2
	<i>Итого за 4 Семестр</i>		30/15/0		50		
	Контрольные мероприятия за 4 Семестр				50	3	3-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3, 3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1,

						З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2
	<i>5 Семестр</i>					
1	Раздел 1	1-8	16/8/0		25	КИ-8 З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, З-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, З-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, З-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
2	Раздел 2	9-16	16/8/0		25	КИ-16 З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, З-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, З-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, З-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
	<i>Итого за 5 Семестр</i>		32/16/0		50	
	Контрольные мероприятия за 5 Семестр				50	Э З-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, З-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, З-ПК-8.6, У-ПК-8.6, В-ПК-8.6, З-ПК-1, У-ПК-1,

							В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-3, У-ПК-3, В-ПК-3
--	--	--	--	--	--	--	--------------------------------------------------------------------------

* – сокращенное наименование формы контроля

** – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет
Э	Экзамен

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>4 Семестр</i>	30	15	0
1-8	Раздел 1	16	8	0
1 - 2	Тема 1. Теория множеств. Эквивалентные множества. Счетные множества. Множества мощности континуума. Отношение эквивалентности.	Всего аудиторных часов 4 Онлайн 0	2 0	0
3 - 8	Тема 2. Метрические пространства. Полные метрические пространства. Непрерывные функции. Теорема о неподвижной точке. Компактные множества в метрических пространствах. Теорема Хаусдорфа и Арцела.	Всего аудиторных часов 12 Онлайн 0	6 0	0
9-15	Раздел 2	14	7	0
9 - 10	Тема 3. Топологические пространства. Хаусдорфовы топологические пространства. Компакты в топологических пространствах. Непрерывные отображения топологических пространств. Гомеоморфизм. Теоремы о непрерывных отображениях компактов.	Всего аудиторных часов 4 Онлайн 0	2 0	0
11 - 15	Тема 4. Теория меры и интеграл Лебега. Мера Лебега на прямой. Множество еры ноль. Канторово множество. Пространство с мерой. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его свойства. Теорема Фубини.	Всего аудиторных часов 10 Онлайн 0	5 0	0
	<i>5 Семестр</i>	32	16	0
1-8	Раздел 1	16	8	0
1 - 4	Тема 1. Общие свойства линейных операторов. Линейные ограниченные операторы в банаевом пространстве. Обратный оператор. Компактные линейные операторы. Замкнутые линейные операторы.	Всего аудиторных часов 8 Онлайн 0	4 0	0

5 - 8	Тема 2. Спектральные свойства линейных операторов. Резольвентное множество и спектр линейного оператора. Точечный спектр. Непрерывный спектр. Остаточный спектр. Ряд Неймана для резольвенты.	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
9-16	Раздел 2	0	0	0
		16	8	0
		Всего аудиторных часов		
9 - 12	Тема 3. Компактные самосопряженные операторы в Гильбертовом пространстве. Максимальный вектор компактного самосопряженного оператора в Гильбертовом пространстве. Структура компактного самосопряженного оператора в Гильбертовом пространстве.	8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
13 - 16	Тема 4. Операторы Фредгольма в пространстве L2. Классификация ядер. Теорема Гильберта-Шмидта. Связь между операторами Фредгольма и операторами Штурма Лиувилля. Теорема Стеклова.	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. Обязательным является самостоятельная работа студентов. В качестве домашнего задания предлагаются задачи, носящие теоретический характер. Для успешного выполнения домашнего задания необходимо изучение предложенной научной литературы.

Помимо этого, существенная доля занятий проводится в интерактивной форме и предполагает активное обсуждение пройденного материала, групповой разбор и обсуждение ошибок, вопросов и затруднений, возникающих при подготовке индивидуальных домашних заданий.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы	Аттестационное	Аттестационное
-------------	------------	----------------	----------------

	освоения	мероприятие (КП 1)	мероприятие (КП 2)
ОПК-1	З-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ОПК-3	З-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-1	З-ПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-1	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-2	З-ПК-2	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-2	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-2	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-3	З-ПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-3	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-8.6	З-ПК-8.6	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-8.6	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-8.6	З, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-16

Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»		A
85-89			B
75-84	4 – «хорошо»	«Зачтено»	C
70-74			D
65-69			E
60-64	3 – «удовлетворительно»		
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«Не зачтено»	F

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах

присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 514 К53 Пособие по курсу "Дополнительные главы высшей математики" : (тензорная алгебра), Кнопова С.М., Москва: НИЯУ МИФИ, 2012
2. ЭИ Г 95 Сборник задач по функциональному анализу : , Гуревич А. П., Корнев В. В., Хромов А. П., Санкт-Петербург: Лань, 2022
3. 517 Г71 Специальные главы функционального анализа : числовые и функциональные ряды, Горячев А.П., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 517 С54 Избранные труды Т. 2 Функциональный анализ. Дифференциальные уравнения с частными производными, Соболев С.Л., : , 2006
2. 517 С24 Теория функций комплексной переменной : Учебник для вузов, Свешников А.Г., Тихонов А.Н., Москва: Физматлит, 2004
3. 517 К60 Элементы теории функций и функционального анализа : , Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Москва: Физматлит, 2009

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время лекционных занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Задания

Рубежный контроль проводится в середине и конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета в 4 семестре и на основе экзамена - в 5 семестре.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время лекционных занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия.

На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Задания

Рубежный контроль проводится в середине и конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета в 4 семестре и на основе экзамена - в 5 семестре.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Шильников Кирилл Евгеньевич

Рецензент(ы):

к.ф.-м.н.. доцент Сухарев М.Б.