

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА И НАНОСИСТЕМ

ОДОБРЕНО НТС ЛАПЛАЗ

Протокол № 1/04-577

от 27.04.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ФИЗИКЕ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 14.03.02 Ядерные физика и технологии

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/В СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
5	3	108	18	18	0	72	0	3
Итого	3	108	18	18	0	72	0	

## АННОТАЦИЯ

Цель преподавания данной дисциплины состоит в изложении начальных сведений о численных методах решения задач математической физики. Акцент курса сделан на кратком и, по возможности наглядном описании методов, характеристике их точности и круга физических задач, для решения которых эти методы применяются.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Для некоторых из представленных в курсе методов дается исследование единственности и сходимости решений, которые получаются с их помощью, однако в большинстве случаев детальное математическое обоснование и изучение специальных свойств численных алгоритмов не является нашей задачей и может подробно изучаться в последующих курсах.

Основными задачами освоения дисциплины являются:

- получение базовых представлений о принципах построения численных методов решения задач математической физики и закрепление практических навыков решения физических задач на ЭВМ.

- ознакомление и приобретение студентами навыков программирования на персональном компьютере вычислительных задач необходимых для дальнейшего изучения предметов специализации на более старших курсах.

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Изучение дисциплины позволит студентам получить и развить навыки вычислительной работы при решении задач численного моделирования и поможет при выполнении НИР и дипломной работы.

Начальный уровень подготовки студентов, необходимый для успешного освоения данной дисциплины должен включать знание математического анализа, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного, обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1 [1] – Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и	З-ОПК-1 [1] – Знать базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования
	У-ОПК-1 [1] – Уметь выявлять естественнонаучную

<p>экспериментального исследования</p>	<p>сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат  В-ОПК-1 [1] – Владеть математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общефизических законов и принципов</p>
<p>ОПК-2 [1] – Способен понимать принципы работы информационных технологий; осуществлять поиск, хранение, обработку и анализ информации из различных источников и баз данных, представлять ее в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий</p>	<p>З-ОПК-2 [1] – Знать средства и методы поиска, анализа, обработки и хранения информации, в том числе виды источников информации, поисковые системы и системы хранения информации  У-ОПК-2 [1] – Уметь осуществлять поиск, хранение, анализ и обработку информации, представлять ее в требуемом формате; применять компьютерные и сетевые технологии  В-ОПК-2 [1] – Владеть навыком поиска, хранения, обработки и анализа информации из различных источников и баз данных, представлять ее в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий</p>
<p>ОПК-3 [1] – Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения</p>	<p>З-ОПК-3 [1] – Знать основные принципы и требования к построению алгоритмов, синтаксис языка программирования  У-ОПК-3 [1] – Уметь разрабатывать алгоритмы для решения практических задач согласно предъявляемым требованиям  В-ОПК-3 [1] – Владеть средой программирования и отладки для разработки программ для практического применения</p>
<p>УКЦ-1 [1] – Способен в цифровой среде использовать различные цифровые средства, позволяющие во взаимодействии с другими людьми достигать поставленных целей</p>	<p>З-УКЦ-1 [1] – Знать: современные информационные технологии и цифровые средства коммуникации, в том числе отечественного производства, а также основные приемы и нормы социального взаимодействия и технологии межличностной и групповой коммуникации с использованием дистанционных технологий  У-УКЦ-1 [1] – Уметь: выбирать современные информационные технологии и цифровые средства коммуникации, в том числе отечественного производства, а также устанавливать и поддерживать контакты, обеспечивающие успешную работу в коллективе и применять основные методы и нормы социального взаимодействия для реализации своей роли и взаимодействия внутри команды с использованием дистанционных технологий  В-УКЦ-1 [1] – Владеть: навыками применения современных информационных технологий и цифровых средств коммуникации, в том числе отечественного</p>

	производства, а также методами и приемами социального взаимодействия и работы в команде с использованием дистанционных технологий
УКЦ-2 [1] – Способен искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств, а также с помощью алгоритмов при работе с полученными из различных источников данными с целью эффективного использования полученной информации для решения задач	<p>З-УКЦ-2 [1] – Знать: методики сбора и обработки информации с использованием цифровых средств, а также актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, принципы, методы и средства решения стандартных задач профессиональной деятельности с использованием цифровых средств и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>У-УКЦ-2 [1] – Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; с использованием цифровых средств, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, и решать стандартные задачи профессиональной деятельности с использованием цифровых средств и с учетом основных требований информационной безопасности</p> <p>В-УКЦ-2 [1] – Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации с использованием цифровых средств для решения поставленных задач, навыками подготовки обзоров, аннотаций, составления рефератов, научных докладов, публикаций и библиографии по научно-исследовательской работе с использованием цифровых средств и с учетом требований информационной безопасности</p>
УКЦ-3 [1] – Способен ставить себе образовательные цели под возникающие жизненные задачи, подбирать способы решения и средства развития (в том числе с использованием цифровых средств) других необходимых компетенций	<p>З-УКЦ-3 [1] – Знать: основные приемы эффективного управления собственным временем, основные методики самоконтроля, саморазвития и самообразования на протяжении всей жизни с использованием цифровых средств</p> <p>У-УКЦ-3 [1] – Уметь: эффективно планировать и контролировать собственное время, использовать методы саморегуляции, саморазвития и самообучения в течение всей жизни с использованием цифровых средств</p> <p>В-УКЦ-3 [1] – Владеть: методами управления собственным временем, технологиями приобретения, использования и обновления социокультурных и профессиональных знаний, умений, и навыков; методиками саморазвития и самообразования в течение всей жизни с использованием цифровых средств</p>

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции;	Код и наименование индикатора достижения
--	---------------------------	--	--

		<b>Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)</b>	<b>профессиональной компетенции</b>
научно-исследовательский			
<p>проведение научных и аналитических исследований по отдельным разделам (этапам, заданиям) темы (проекта) в рамках предметной области по профилю специализации в соответствии с утвержденными планами и методиками исследований; проведение фундаментальных и прикладных математических и физических исследований, направленных на решение инженерных, технических и информационных задач; участие в проведении наблюдений и измерений, выполнении эксперимента и обработке данных с использованием современных компьютерных технологий; сбор и обработка научной и аналитической информации с использованием современных программ, средств и методов вычислительной математики, компьютерных и информационных технологий; участие в</p>	<p>математические модели, методы исследования и разработок, компьютерные программы, результаты исследования</p>	<p>ПК-2 [1] - Способен проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 24.028</p>	<p>З-ПК-2[1] - знать методы математического моделирования процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований; ; У-ПК-2[1] - уметь использовать методы математического моделирования процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований;; В-ПК-2[1] - владеть навыками математического моделирования процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований;</p>

<p>проведении теоретических исследований, построении физических, математических и компьютерных моделей изучаемых процессов и явлений, в проведении аналитических исследований в предметной области по профилю специализации; участие в обобщении полученных данных, формировании выводов, в подготовке научных и аналитических отчетов, публикаций и презентаций результатов научных и аналитических исследований; участие в создании новых методов и технических средств исследований и новых разработок; создание программ и комплексов программ на базе стандартных пакетов для выполнения расчетов в рамках математических моделей, участие в разработке новых алгоритмов и компьютерных программ для научно-исследовательских и прикладных целей; подготовка данных для составления обзоров, отчетов и научных публикаций, участие во внедрении результатов исследований и</p>			
---	--	--	--

разработок.			
-------------	--	--	--

#### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал дисциплин
-----------------------------	-------------------------	------------------------------------

#### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практ. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>5 Семестр</i>						
1	Часть 1	1-8	16/2/0		25	КИ-8	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-2, У-ОПК-2, В-ОПК-2, 3-ОПК-3, У-ОПК-3, В-ОПК-3, 3-ПК-2,

							У-ПК-2, В-ПК-2, 3-УКЦ-1, У-УКЦ-1, В-УКЦ-1, 3-УКЦ-2, У-УКЦ-2, В-УКЦ-2, 3-УКЦ-3, У-УКЦ-3, В-УКЦ-3
2	Часть 2	9-16	2/16/0		25	КИ-16	3-ОПК-1, У-ОПК-1, В-ОПК-1, 3-ОПК-2, У-ОПК-2, В-ОПК-2, 3-ОПК-3,



							У- ОПК- 3, В- ОПК- 3, 3-ПК- 2, У- ПК-2, В- ПК-2, 3- УКЦ- 1, У- УКЦ- 1, В- УКЦ- 1, 3- УКЦ- 2, У- УКЦ- 2, В- УКЦ- 2, 3- УКЦ- 3, У- УКЦ- 3, В- УКЦ- 3
	<i>Итого за 5 Семестр</i>		18/18/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 5 Семестр</b>				50	3	3- ОПК- 1, У- ОПК- 1, В- ОПК- 1, 3- ОПК- 2,

							У- ОПК- 2, В- ОПК- 2, 3- ОПК- 3, У- ОПК- 3, В- ОПК- 3, 3-ПК- 2, У- ПК-2, В- ПК-2, 3- УКЦ- 1, У- УКЦ- 1, В- УКЦ- 1, 3- УКЦ- 2, У- УКЦ- 2, В- УКЦ- 2, 3- УКЦ- 3, У- УКЦ- 3, В- УКЦ- 3
--	--	--	--	--	--	--	--

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>5 Семестр</i>	18	18	0
<b>1-8</b>	<b>Часть 1</b>	16	2	0
1	<b>Тема 1</b> Суммирование медленно сходящихся и знакопеременных рядов	Всего аудиторных часов		
		2	1	0
		Онлайн		
0	0	0		
2	<b>Тема 2</b> Вычисление определенного интеграла от гладкой функции в ограниченных пределах	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
3	<b>Тема 3</b> Вычисление определенного интеграла от неограниченной функции в бесконечных пределах	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
4	<b>Тема 4</b> Определение корней нелинейного уравнения	Всего аудиторных часов		
		2	1	0
		Онлайн		
0	0	0		
5	<b>Тема 5</b> Определение максимального и минимального элементов массива	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
6	<b>Тема 6</b> Определение максимального и минимального собственного значения действительной симметричной матрицы	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
7	<b>Тема 7</b> Упорядочение элементов массива	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
8	<b>Тема 8</b> Определение решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами	Всего аудиторных часов		
		2	0	0
		Онлайн		
0	0	0		
<b>9-16</b>	<b>Часть 2</b>	2	16	0
9	<b>Тема 9</b> Вычисление корней кубического уравнения	Всего аудиторных часов		
		2	2	0
		Онлайн		

		0	0	0
10 - 16	<b>Практическая часть</b> Отладка программ и сдача заданий по лекциям 1-9	Всего аудиторных часов		
		0	14	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

По направлению подготовки (специальности) предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков студентов. В рамках учебного курса предусмотрено использование лицензионных программных продуктов при проведении самостоятельных расчетов.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ОПК-1	З-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-1	З, КИ-8, КИ-16
ОПК-2	З-ОПК-2	З, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-2	З, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-2	З, КИ-8, КИ-16
ОПК-3	З-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-16
	У-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-16
	В-ОПК-3	З, КИ-8, КИ-16
ПК-2	З-ПК-2	З, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-2	З, КИ-8, КИ-16

	В-ПК-2	3, КИ-8, КИ-16
УКЦ-1	3-УКЦ-1	3, КИ-8, КИ-16
	У-УКЦ-1	3, КИ-8, КИ-16
	В-УКЦ-1	3, КИ-8, КИ-16
УКЦ-2	3-УКЦ-2	3, КИ-8, КИ-16
	У-УКЦ-2	3, КИ-8, КИ-16
	В-УКЦ-2	3, КИ-8, КИ-16
УКЦ-3	3-УКЦ-3	3, КИ-8, КИ-16
	У-УКЦ-3	3, КИ-8, КИ-16
	В-УКЦ-3	3, КИ-8, КИ-16

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – <i>«отлично»</i>	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – <i>«хорошо»</i>	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – <i>«удовлетворительно»</i>	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – <i>«неудовлетворительно»</i>	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без

			дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.
--	--	--	---

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ К81 Practical course on MatLab for foreign students : , Moscow: National Research Nuclear University MEPHI, 2018
2. ЭИ Л12 Лабораторный практикум "Компьютерное моделирование наноструктур" : , Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
3. ЭИ Н 84 Метод акустической эмиссии : , Санкт-Петербург: Лань, 2022
4. ЭИ М 59 Теория принятия управленческих решений : Учебное пособие для вузов, Санкт-Петербург: Лань, 2022
5. ЭИ Б 30 Численные методы : учебное пособие, Москва: Лаборатория знаний, 2020

### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 620 Л12 Лабораторный практикум "Компьютерное моделирование наноструктур" : , Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
2. 519 П44 Компьютерный практикум "Основы численных методов решения физических задач" : , А.И.Подливаев, Е.Е.Львов, Л.А.Опёнов, М.: МИФИ, 2004
3. 519 Б30 Численные методы : учеб. пособие для вузов, Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков, М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2006

### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

Следует уделять больше внимания самостоятельной работе. В случае затруднений, возникающих при решении тех или иных из заданных на дом задач рекомендуется обратиться к учебникам и задачникам, приведенным в списке литературы, и изучить данную тему более подробно. При подготовке к каждому занятию нужно обязательно повторить материал предыдущих лекций. Кроме того, весьма желательно повторить соответствующий материал из изученных ранее курсов.

При выполнении домашнего задания, перед его сдачей следует провести проверку программ, в соответствии с особенностями каждой задачи:

В задаче 1 (вычисление суммы ряда)

при увеличении величины параметра  $a$  скорость сходимости суммы ряда падает, а ошибка определения суммы ряда растет. Увеличение ошибки связано с округлением чисел компьютером. Наглядное объяснение причины потери точности дает следующий простой пример. Если к единице один миллиард раз добавить число  $10^{-9}$ , то мы получим число 2, тогда как при выполнении на ЭВМ суммирования чисел с восьмизначной мантисой округление результатов каждого суммирования приведет к тому, что результат будет равен 1. Уменьшения ошибки такого типа можно добиться, производя суммирование ряда от самых малых слагаемых к большим или выполняя суммирование по группам равновеликих слагаемых.

Если для ряда можно подобрать ряд, сумма которого известна и который хорошо аппроксимирует ряд при больших  $k$ , то скорость сходимости и точность определения суммы ряда можно существенно увеличить, используя метод Куммера.

В задаче 2 (вычисление определенного интеграла) допустима любая из квадратурных формул Ньютона - Котеса: прямоугольников, трапеций, Симпсона и т.п. Согласно этим формулам, искомый интеграл можно приближенно представить в виде одной из формул:

- формула прямоугольников;
- формула трапеций;
- формула Симпсона. При решении данной задачи можно разбивать отрезок  $[a, b]$  на равные отрезки  $[x_i, x_{i+1}]$ .

В задаче 3 (вычисление несобственного интеграла) требуется написать программу для вычисления несобственного интеграла вида как функции параметра  $a$ .

Подынтегральные функции в данной задаче имеют особенность и подобраны так, что простейший способ интегрирования с помощью формул Ньютона - Котеса не дает необходимой точности (относительной погрешности  $\sim 1e^{-3}$ ), если разбивать область интегрирования на равные отрезки. Такой точности можно достичь, комбинируя следующие приемы: 1) выделить окрестность точки  $x = 0$  и в этой окрестности разложить подынтегральную функцию так, чтобы главный член разложения давал основной вклад в интеграл и интегрировался аналитически (все приведенные ниже функции допускают такое разложение); 2) в оставшейся области проводить интегрирование с помощью формул Ньютона - Котеса на переменной сетке (уменьшая длину отрезков по мере приближения к окрестности особой точки).

В задаче 4 (решение трансцендентного уравнения) требуется найти корень уравнения в указанном диапазоне значений  $x$

С точки зрения программирования, простейшим способом определения корней уравнения такого типа является итерационный метод, с использованием обратной функции. Этот метод, однако, имеет существенные недостатки. Он сходится не для всех значений параметра и зависит от начального приближения, вследствие чего итерации могут сойтись к корню, лежащему вне заданного в таблице интервала. Метод нахождения корня путем деления

отрезка пополам программируется несколько сложнее, однако безусловно применим при решении каждого из приведенных ниже вариантов задачи.

В задаче 5 (поиск минимального и максимального элементов одномерного массива) требуется найти номера  $N_{\min}$  и  $N_{\max}$  минимального и максимального элементов одномерного массива  $F(N)$  в диапазоне  $1 \leq N \leq 100000$ .

Функция чувствительна к ошибкам округления, возникающим в процессе вычисления ее аргумента. Для корректного решения задачи необходимо правильно выбрать типы переменных, участвующих в определении аргумента этой функции.

В задаче 6 (определение минимального собственного значения эрмитовой матрицы) требуется найти минимальное собственное значение  $E_{\min}$  квадратной симметричной действительной матрицы  $F(N,M)$ ;  $1 \leq M, N \leq 100$  при заданном значении параметра:

При решении данной задачи не допускается использование стандартного программного обеспечения, предназначенного для определения собственных значений и собственных векторов эрмитовой матрицы. Программа должна быть составлена студентом самостоятельно на основании любого алгоритма поиска собственных значений (методы прямых или обратных итераций, Ланцоша и т.п.)

В задаче 7 (упорядочение элементов одномерного массива) даны элементы одномерного массива  $F(N)$  с  $N = 100000$ , определяемые генератором случайных чисел и распределенные хаотически в интервале от нуля до единицы. Требуется упорядочить этот массив в порядке возрастания его элементов:  $F(1) < F(2) < \dots < F(N)$ .

При сдаче этого задания необходимо уметь находить величину  $F(N_0)$  по заданному номеру элемента  $N_0$ .

Обратить особое внимание на алгоритм упорядочения, поскольку число элементов в массиве может быть увеличено по требованию преподавателя. Вследствие большого размера массива использование простейшего прямого алгоритма упорядочения, требующего  $N^2$  действий, может оказаться недостаточным.

В задаче 8 (решение обыкновенного дифференциального уравнения) на интервале  $[0, 2\pi]$  требуется найти решение дифференциального уравнения, периодическое с периодом  $2\pi$ , а также построить график функции  $f(x)$ , используя стандартное программное обеспечение. Определить значение  $f(a)$  при произвольной величине  $a$  путем интерполяции.

Уравнение решается на дискретной сетке в конечных разностях методом прогонки или методом «стрельбы», представляющим искомое решение краевой задачи в виде линейной комбинации нескольких решений задачи Коши.

При определении значения функции в произвольной точке достаточно линейной интерполяции между двумя ближайшими точками сетки.

В задаче 9 (определение корней кубического уравнения) требуется найти корни кубического уравнения  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  с комплексными коэффициентами.

Простейшим способом решения задачи является применение формулы Кардано. Кубическое уравнение известной подстановкой приводится к «неполному» виду.

После нахождения корней уравнения необходимо выполнить проверку каждого из них путем подстановки в исходное уравнение.

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ



В настоящей дисциплине проводится описание численных методов решения задач, с которыми постоянно сталкиваются исследователи, работающие в области прикладной математики. В некоторые домашние задания по данной дисциплине включен элемент, затрудняющий их тривиальное численное решение (медленная сходимость, плохая обусловленность и т.п.), что часто встречается в реальных задачах.

С целью повышения уровня усвоения студентами материала курса можно порекомендовать на каждой лекции проводить так называемые блиц-опросы, состоящие из 5-10 вопросов по материалам предыдущих занятий.

При выполнении домашнего задания, перед его сдачей следует провести проверку программ, в соответствии с особенностями каждой задачи:

В задаче 1 (вычисление суммы ряда)

при увеличении величины параметра  $a$  скорость сходимости суммы ряда падает, а ошибка определения суммы ряда растет. Увеличение ошибки связано с округлением чисел компьютером. Наглядное объяснение причины потери точности дает следующий простой пример. Если к единице один миллиард раз добавить число  $10^{-9}$ , то мы получим число 2, тогда как при выполнении на ЭВМ суммирования чисел с восьмизначной мантиссой округление результатов каждого суммирования приведет к тому, что результат будет равен 1. Уменьшения ошибки такого типа можно добиться, производя суммирование ряда от самых малых слагаемых к большим или выполняя суммирование по группам равновеликих слагаемых.

Если для ряда можно подобрать ряд  $\sum_{k=0}^{\infty} a^k$ , сумма которого известна и который хорошо аппроксимирует ряд  $\sum_{k=0}^{\infty} a^k$  при больших  $k$ , то скорость сходимости и точность определения суммы ряда можно существенно увеличить, используя метод Куммера.

В задаче 2 (вычисление определенного интеграла) допустима любая из квадратурных формул Ньютона - Котеса: прямоугольников, трапеций, Симпсона и т.п. Согласно этим формулам, искомый интеграл можно приближенно представить в виде одной из формул:

- формула прямоугольников;
- формула трапеций;
- формула Симпсона. При решении данной задачи можно разбивать отрезок  $[a, b]$  на равные отрезки  $[x_i, x_{i+1}]$ .

В задаче 3 (вычисление несобственного интеграла) требуется написать программу для вычисления несобственного интеграла вида  $\int_a^{\infty} f(x) dx$  как функции параметра  $a$ .

Подынтегральные функции в данной задаче имеют особенность и подобраны так, что простейший способ интегрирования с помощью формул Ньютона - Котеса не дает необходимой точности (относительной погрешности  $\sim 1e-3$ ), если разбивать область интегрирования на равные отрезки. Такой точности можно достичь, комбинируя следующие приемы: 1) выделить окрестность точки  $x = 0$  и в этой окрестности разложить подынтегральную функцию так, чтобы главный член разложения давал основной вклад в интеграл и интегрировался аналитически (все приведенные ниже функции допускают такое разложение); 2) в оставшейся области проводить интегрирование с помощью формул Ньютона - Котеса на переменной сетке (уменьшая длину отрезков по мере приближения к окрестности особой точки).

В задаче 4 (решение трансцендентного уравнения) требуется найти корень уравнения в указанном диапазоне значений  $x$

С точки зрения программирования, простейшим способом определения корней уравнения такого типа является итерационный метод, с использованием обратной функции. Этот метод, однако, имеет существенные недостатки. Он сходится не для всех значений параметра  $a$  и зависит от начального приближения  $x_0$ , вследствие чего итерации могут сойтись к

корню, лежащему вне заданного в таблице интервала. Метод нахождения корня путем деления отрезка пополам программируется несколько сложнее, однако безусловно применим при решении каждого из приведенных ниже вариантов задачи.

В задаче 5 (поиск минимального и максимального элементов одномерного массива) требуется найти номера  $N_{\min}$  и  $N_{\max}$  минимального и максимального элементов одномерного массива  $F(N)$  в диапазоне  $1 \leq N \leq 100000$ .

Функция чувствительна к ошибкам округления, возникающим в процессе вычисления ее аргумента. Для корректного решения задачи необходимо правильно выбрать типы переменных, участвующих в определении аргумента этой функции.

В задаче 6 (определение минимального собственного значения эрмитовой матрицы) требуется найти минимальное собственное значение  $E_{\min}$  квадратной симметричной действительной матрицы  $F(N,M)$ ;  $1 \leq M, N \leq 100$  при заданном значении параметра:

При решении данной задачи не допускается использование стандартного программного обеспечения, предназначенного для определения собственных значений и собственных векторов эрмитовой матрицы. Программа должна быть составлена студентом самостоятельно на основании любого алгоритма поиска собственных значений (методы прямых или обратных итераций, Ланцоша и т.п.)

В задаче 7 (упорядочение элементов одномерного массива) даны элементы одномерного массива  $F(N)$  с  $N = 100000$ , определяемые генератором случайных чисел и распределенные хаотически в интервале от нуля до единицы. Требуется упорядочить этот массив в порядке возрастания его элементов:  $F(1) < F(2) < \dots < F(N)$ .

При сдаче этого задания необходимо уметь находить величину  $F(N_0)$  по заданному номеру элемента  $N_0$ .

Обратить особое внимание на алгоритм упорядочения, поскольку число элементов в массиве может быть увеличено по требованию преподавателя. Вследствие большого размера массива использование простейшего прямого алгоритма упорядочения, требующего  $N^2$  действий, может оказаться недостаточным.

В задаче 8 (решение обыкновенного дифференциального уравнения) на интервале  $[0, 2\pi]$  требуется найти решение дифференциального уравнения, периодическое с периодом  $2\pi$ , а также построить график функции  $f(x)$ , используя стандартное программное обеспечение. Определить значение  $f(a)$  при произвольной величине  $a$  путем интерполяции.

Уравнение решается на дискретной сетке в конечных разностях методом прогонки или методом «стрельбы», представляющим искомое решение краевой задачи в виде линейной комбинации нескольких решений задачи Коши.

При определении значения функции в произвольной точке достаточно линейной интерполяции между двумя ближайшими точками сетки.

В задаче 9 (определение корней кубического уравнения) требуется найти корни кубического уравнения  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  с комплексными коэффициентами.

Простейшим способом решения задачи является применение формулы Кардано. Кубическое уравнение известной подстановкой приводится к «неполному» виду.

После нахождения корней уравнения необходимо выполнить проверку каждого из них путем подстановки в исходное уравнение.

Автор(ы):

Подливаев Алексей Игоревич, к.ф.-м.н., доцент