

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ЛАПЛАЗ

Протокол № 1/08-577

от 29.08.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Направление подготовки
(специальность)

[1] 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
2	2	72	15	15	0		42	0	3
Итого	2	72	15	15	0	0	42	0	

АННОТАЦИЯ

Семестровый курс, читаемый магистрам кафедры «Прикладная математика» является расширенным введением в дифференциальную геометрию и ее приложения в различных областях современной теоретической физики для студентов физико-математических специальностей университетов. Объектом исследования здесь являются дифференцируемые многообразия и дифференциальные структуры на нем. В большей части обсуждаемого материала не предполагается, что рассматриваемое многообразие снабжено метрикой, таким образом, внимание акцентируется на дифференциальных структурах, которые могут быть определены естественным образом. Ключевой особенностью изложения является именно геометрическая трактовка ключевых понятий вектора, векторных и тензорных полей на многообразии. Вводится понятие производной Ли векторных и тензорных полей вдоль конгруэнции векторного поля. Значительная часть курса посвящена исчислению дифференциальных форм. Вводятся понятия внешнего умножения, внешнего дифференцирования, формы объема. Теорема Фробениуса доказывается в терминах векторных полей и в терминах дифференциальных форм. Доказывается лемма Пуанкаре и теорема Стокса. В качестве примеров приложения методов дифференциальной геометрии в теоретической физике рассматриваются избранные разделы термодинамики, гамильтоновой механики и динамики идеальной жидкости.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения учебной дисциплины является наглядное знакомство студентов с основными терминами и методами дифференциальной геометрии, освоение актуального математического аппарата, достаточного для успешного и более основательного изучения современной математической литературы, а также исследований в различных областях физики.

2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: анализ, линейная алгебра, теория групп, уравнения математической физики.

Для успешного освоения дисциплины от студентов требуются базовые знания по курсам дифференциального и интегрального исчисления действительно-значных функций действительных переменных, линейной алгебры, теории групп. Полезным, но не критичным является знакомство студентов с курсом римановой геометрии и тензорного анализа. При изучении физических приложений предполагается, что студенты имеют представление об основах классической механики, механики сплошных сред, электродинамики, термодинамики и квантовой механики в рамках базовых курсов теоретической физики университетской программы для специальностей «прикладная математика и информатика», «прикладная математика и физика» и «теоретическая физика».

Полученные в результате освоения данной дисциплины навыки и знания могут использоваться, при подготовке дипломных проектов, при проведении научно-поисковых исследований.

3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
--------------------------------	--

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
научно-исследовательский			
Проведение научных исследований методами математического моделирования и прогнозирования самостоятельно и в составе научного коллектива.	Физические, технологические, экономические и др. явления и процессы, математические модели и алгоритмы, численные методы, комплексы прикладных компьютерных программ, прикладные интернет-технологии.	ПК-1 [1] - способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001, 06.017	З-ПК-1[1] - Знать основные методы и принципы научных исследований, математического моделирования, основные проблемы профессиональной области, требующие использования современных научных методов исследования. ; У-ПК-1[1] - Уметь ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований; формулировать результаты проведенного исследования в виде конкретных рекомендаций, проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива. ; В-ПК-1[1] - Владеть

			навыками выбора и использования математических средств научных исследований, методами анализа и синтеза научной информации.
проектный			
Постановка целей и задач проектов в области профессиональной деятельности, разработка стратегии их достижения, формирование критериев и показателей эффективности проекта, создание концептуальных и теоретических моделей решаемых задач.	Методы, средства, технологии, используемые при разработке и реализации инновационных проектов и планировании ресурсов; информация, содержащаяся в научно-исследовательских и технологических отчетах, статьях, патентах и тп; математические модели, методы, алгоритмы; наукоемкое программное обеспечение.	ПК-5 [1] - способен четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008, 40.033	З-ПК-5[1] - Знать основные цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач. ; У-ПК-5[1] - Уметь четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач; В-ПК-5[1] - Владеть навыками разработки теоретических моделей решаемых задач.
педагогический			
Педагогический дизайн и реализация образовательных программ и учебных дисциплин, на основе современных подходов и методик в том числе с использованием информационных и коммуникационных технологий в области прикладной математики и информатики.	Средства, технологии, ресурсы и сервисы электронного обучения и мобильного обучения, прикладные интернет-технологии.	ПК-9 [1] - способен использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 01.003	З-ПК-9[1] - Знать основные цели и задачи, особенности содержания и организации педагогического процесса. ; У-ПК-9[1] - Уметь использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности.; В-ПК-9[1] - Владеть навыками использования современных информационных технологий в

			образовательной деятельности.
Разработка образовательных программ высшего образования и дополнительного профессионального образования, разработка учебно-методических материалов по дисциплинам в области математических и компьютерных наук, проведение лекционных, практических и лабораторных занятий по основным, факультативным дисциплинам и спецкурсам в области прикладной математики и информатики.	Педагогическая деятельность с учетом специфики предметной области в образовательных организациях.	ПК-10 [1] - способен осуществлять подготовку и переподготовку кадров в области прикладной математики и информационных технологий <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 01.003	З-ПК-10[1] - Знать основные цели и задачи, особенности содержания и организации педагогического процесса на основе компетентностного подхода; психологические особенности обучающихся; современные технологии диагностики и оценивания качества образовательного процесса; особенности педагогического взаимодействия в условиях изменяющегося образовательного пространства. ; У-ПК-10[1] - Уметь организовывать образовательно-воспитательный процесс в изменяющихся социокультурных условиях; применять психолого-педагогические знания в разных видах образовательной деятельности.; В-ПК-10[1] - Владеть навыками организации педагогического процесса для подготовки и переподготовки кадров в области прикладной математики и информационных

			технологий
--	--	--	------------

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практи. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>2 Семестр</i>						
1	Первый раздел	1-8	8/8/0		25	КИ-8	3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5, 3-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10
2	Второй раздел	9-15	7/7/0		25	КИ-15	3-ПК-9, 3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5, У-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10, В-ПК-9
	<i>Итого за 2 Семестр</i>		15/15/0		50		
	Контрольные мероприятия за 2 Семестр				50	3	3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5, 3-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10

* – сокращенное наименование формы контроля

** – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
З	Зачет

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>2 Семестр</i>	15	15	0
1-8	Первый раздел	8	8	0
1 - 2	Тема 1. Введение Топологические пространства, топология R^n Отображения, действительно-значные функции действительных переменных Основные понятия теории групп, основы линейной алгебры.	Всего аудиторных часов		
		2	2	0
		Онлайн		
		0	0	0
3 - 6	Тема 2. Дифференцируемые многообразия и тензорные поля -Понятие многообразия, кривые и функции на многообразиях -Векторы и векторные поля. Базис -Расслоенные пространства. Касательное расслоение -Интегральные кривые векторных полей. Экспонента векторного поля. Скобки Ли. Координатный базис. -Один-формы. Поле один-форм. -Подмногообразия. Отображения многообразий. Ранг отображения. Теорема о вложении многообразия в евклидово пространство -Тензоры и тензорные поля. Тензорное произведение. Тензорные операции, функции и скаляры. -Метрический тензор. Поле метрического тензора.	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
7 - 8	Тема 3. Производные Ли -Перенос Ли. Производная Ли. Ли-тянутые поля. Инвариантность. Векторы Киллинга -Теорема Фробениуса	Всего аудиторных часов		
		2	2	0
		Онлайн		
		0	0	0
9-15	Второй раздел	7	7	0
9 - 10	Тема 4. Алгебра дифференциальных форм -Форма объема -Грассманова алгебра. Ограничение форм -Ориентируемые многообразия. Внутренняя и внешняя ориентируемость. Интегрирование форм. -Метрический элемент объема	Всего аудиторных часов		
		2	2	0
		Онлайн		
		0	0	0
11 - 13	Тема 5. Дифференциальное исчисление форм -Внешняя производная. Примеры -Лемма Пуанкаре	Всего аудиторных часов		
		3	3	0
		Онлайн		

	- Внешняя производная и производная Ли - теорема Стокса - теорема Фробениуса на языке форм	0	0	0
14 - 15	Тема 6. Физические приложения -Термодинамика. Температура и энтропия. Тождества Максвелла. Теорема Каратеодори -Динамика идеальной жидкости. Теорема о сохранении вихрей -Гамильтонова механика. Симплектические многообразия. Гамильтоновы векторные поля. Канонические преобразования. Уравнения Гамильтона. Скобка Пуассона. Пуассоновы многообразия. Гамильтонова механика со связями.	Всего аудиторных часов		
		2	2	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. При выполнении домашнего задания студентам предоставляется методически важная возможность проведения аналитических вычислений и несложных доказательств опорных утверждений. Часть занятий, в частности получение ряда важных свойств исследуемых объектов, проведение математических выкладок и иллюстрация результатов проводится в интерактивной форме дискуссии и предполагает активное участие студентов в освоении материала. Обязательным требованием является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ПК-1	З-ПК-1	З, КИ-8, КИ-15

	У-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-1	3, КИ-8, КИ-15
ПК-10	З-ПК-10	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-10	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-10	3, КИ-8, КИ-15
ПК-5	З-ПК-5	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-5	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-5	3, КИ-8, КИ-15
ПК-9	З-ПК-9	3, КИ-8, КИ-15
	У-ПК-9	3, КИ-8, КИ-15
	В-ПК-9	3, КИ-8, КИ-15

Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ Г 32 Коммутативные нормированные кольца : , Шилов Г. Е., Райков Д. А., Гельфанд И. М., Москва: Физматлит, 2011
2. ЭИ К 89 Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебное пособие, Кузовлев В. П., Подаева Н. Г., Москва: Физматлит, 2012
3. ЭИ Р 69 Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие, Романко В. К., Москва: Лаборатория знаний, 2020

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 512 С18 Дифференциальные формы на гладких многообразиях : учебное пособие, Сандракова Е.В., Сумин Е.В., Москва: НИЯУ МИФИ, 2014
2. ЭИ С 34 Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие, Сизый С. В., Москва: Физматлит, 2007
3. 512 Ш30 Основы алгебраической геометрии : , Шафаревич И.Р., Москва: МЦНМО, 2007

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Большая часть лекционных и практических занятий проводится в интерактивной форме с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий проводится активное обсуждение и анализ современных научных работ, вопросов и затруднений возникающих в процессе подготовки заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

1. Проведение лекционных и практических занятий

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Практика показала, что для наиболее эффективного усвоения студентами материала данной дисциплины необходимо использовать интерактивные формы проведения занятий с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время лекционных занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия.

На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

2. Организация контроля успеваемости студентов

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен

для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе зачета.

Для допуска к зачету необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Шильников Кирилл Евгеньевич

Рецензент(ы):

к.ф.-м.н. доцент Карташев А.П.