

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ  
КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ИФТИС

Протокол № 1

от 26.04.2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки  
(специальность)

- [1] 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств
- [2] 12.03.01 Приборостроение
- [3] 14.03.02 Ядерная физика и технологии
- [4] 15.03.06 Мехатроника и робототехника

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
1	6	216	64	64	0	34	0	Э
2	6	216	60	60	0	42	0	Э
Итого	12	432	124	124	0	76	0	

## **АННОТАЦИЯ**

Курс математического анализа начинается с раздела «дифференциальное исчисление». В этом разделе изучаются теоретические и практические вопросы из следующих глав: предел последовательности, предел и непрерывность функций, дифференцируемость функций. Раздел "Интегральное исчисление и функции многих переменных" является второй частью курса математического анализа.

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть методами элементарной математики в объеме средней школы. Освоение курса «Математический анализ» является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения учебной дисциплины математический анализ являются: обучение базовым разделам теории функции действительного переменного и смежных разделов математики. В том числе: дифференциальное и интегральное исчисление, векторный анализ, теория поля, элементы тензорного исчисления. Изучение этих дисциплин, в свою очередь, создает основы для изучения физических курсов по целому ряду направлений, закладывает основы математической культуры и тем самым создает фундаментальную базу для получения полноценного естественнонаучного образования.

### **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Освоение математического анализа в его классической части является основой дальнейшего обучения студента по всем естественно научным дисциплинам. Такие разделы курса, как теория векторный анализ и теория поля идут параллельно аналогичным физическим курсам, но в отличие от последних дают и развивают математические основы соответствующих понятий и являются существенным подспорьем при изучении физических разделов курса теории поля. По этой причине указанные разделы курса имеют непосредственные выходы в прикладные области. В качестве примера можно привести некоторые из уравнений Максвелла, которые не декларируются, как базовые законы в физической теории поля, а вытекают из ряда теорем в курсе векторного анализа (3-ий семестр). Курс математического анализа является самостоятельной дисциплиной, для которой однако необходимы знания элементарной математики в рамках школьного курса, аналитической геометрии и ряда разделов линейной алгебры, читаемых на 1-2 семестрах. Кроме выше сказанного изучение математического анализа необходимо для ряда математических дисциплин на старших курсах (ТФКП, уравнения математической физики, теория вероятностей). Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического и естественнонаучного образования.

Результаты освоения данной учебной дисциплины тесно связаны со всеми изучаемыми в дальнейшем курсами математики. Для её изучения необходимо владеть разделами элементарной математики в объеме средней школы. Освоение курса «Аналитическая геометрия» является необходимым для всех последующих физико-математических и технических курсов. Данная дисциплина является основообразующей для инженерно-технического и естественнонаучного образования.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
УК-1 [1, 2, 3, 4] – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	З-УК-1 [1, 2, 3, 4] – Знать: методики сбора и обработки информации; актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности; метод системного анализа У-УК-1 [1, 2, 3, 4] – Уметь: применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников В-УК-1 [1, 2, 3, 4] – Владеть: методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации; методикой системного подхода для решения поставленных задач
УКЕ-1 [1, 2, 3, 4] – Способен использовать знания естественнонаучных дисциплин, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в поставленных задачах	З-УКЕ-1 [1, 2, 3, 4] – знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-УКЕ-1 [1, 2, 3, 4] – уметь: использовать математические методы в технических приложениях, рассчитывать основные числовые характеристики случайных величин, решать основные задачи математической статистики; решать типовые расчетные задачи В-УКЕ-1 [1, 2, 3, 4] – владеть: методами математического анализа и моделирования; методами решения задач анализа и расчета характеристик физических систем, основными приемами обработки экспериментальных данных, методами работы с прикладными программными продуктами

### 4. ВОСПИТАТЕЛЬНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ДИСЦИПЛИНЫ

Направления/цели воспитания	Задачи воспитания (код)	Воспитательный потенциал дисциплин

### 5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практик. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>1 Семестр</i>						
1	Пределы. Непрерывность	1-8	32/32/0		25	КИ-8	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
2	Производные и их приложения	9-16	32/32/0		25	КИ-15	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-1, В-УКЕ-1
	<i>Итого за 1 Семестр</i>		64/64/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 1 Семестр</b>				50	Э	3-УК-1, У-УК-1, В-УК-1, 3-УКЕ-1, У-УКЕ-

							1, В- УКЕ- 1
	<i>2 Семестр</i>						
1	Часть 1	1-8	32/32/0		25	КИ-8	3-УК- 1, У- УК-1, В- УК-1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ- 1
2	Часть 2	9-15	28/28/0		25	КИ-15	3-УК- 1, У- УК-1, В- УК-1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ- 1
	<i>Итого за 2 Семестр</i>		60/60/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 2 Семестр</b>				50	Э	3-УК- 1, У- УК-1, В- УК-1, 3- УКЕ- 1, У- УКЕ- 1, В- УКЕ- 1

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

Обозначение	Полное наименование
КИ	Контроль по итогам
Э	Экзамен

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Неделя	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>1 Семестр</i>	64	64	0
<b>1-8</b>	<b>Пределы. Непрерывность</b>	32	32	0
1 - 2	<b>Множества</b> Предмет математики. Основные понятия теории множеств: множество, операции над множествами (пересечение, объединение, разность множеств). Отображение множеств, взаимно однозначное соответствие. Счётные и несчётные множества. Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Метод математической индукции. Действительные числа. Свойства действительных чисел. Рациональные и иррациональные числа. Счётность множества рациональных чисел и его плотность во множестве действительных чисел.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
3 - 4	<b>Предел последовательности</b> Последовательность и её предел. Единственность предела сходящейся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях). Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной ограниченной последовательности. Число «ε». Лемма о последовательности стягивающихся отрезков. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0

5 - 6	<b>Предел функции</b> Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Критерий Коши существования предела функции. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов, локальная ограниченность функции, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх функциях, предел сложной функции). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. «Замечательные» пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
7 - 8	<b>Непрерывность</b> Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Свойства непрерывных функций (непрерывность суммы, произведения, частного, сохранение знака, непрерывность сложной функции). Точки разрыва функции и их классификация. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении ею своих точных граней на отрезке. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Понятие равномерной непрерывности функции. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
9-16	<b>Производные и их приложения</b>	32	32	0
9 - 10	<b>Производная</b> Понятие равномерной непрерывности функции. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке. Понятие производной. Односторонние производные. Понятие производной. Односторонние производные. Дифференцируемость функции, её дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции, геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
11 - 14	<b>Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора</b> Локальный экстремум. Теорема Ферма. Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши о конечных приращениях. Правило Лопиталю раскрытия неопределённости. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения	Всего аудиторных часов		
		16	16	0
		Онлайн		
		0	0	0

	по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций: $\exp$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\operatorname{sh} x$ , $\operatorname{ch} x$ , $\ln(1+x)$			
15 - 16	<b>Исследование функций с помощью производных</b> Условие постоянства и монотонности функции на отрезке. Экстремумы функции. Стационарные точки. Необходимые условия экстремума функции, имеющей производную. Достаточные условия экстремума функции (исследование по первым и высшим производным). Выпуклые функции, условия выпуклости функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции при построении графика. Элементы теории кривых. Векторная функция скалярного аргумента. Операции над векторными функциями, непрерывность, дифференцируемость. Правила дифференцирования (произведение скалярной функции на векторную, скалярное и векторное произведения).	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
	2 Семестр	60	60	0
<b>1-8</b>	<b>Часть 1</b>	32	32	0
1 - 2	<b>Первообразная и неопределенный интеграл</b> Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0
3 - 5	<b>Определенный интеграл</b> Разбиение отрезка, диаметр разбиения. Интегральные суммы. Предел интегральных сумм. Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости ограниченной функции. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и некоторых разрывных функций. Свойства определённого интеграла: линейность, аддитивность; свойства, выражаемые неравенствами. Теоремы о среднем. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые приложения определённых интегралов. Вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах. Объём и боковая поверхность тела вращения. Некоторые физические приложения определённого интеграла (масса тела, координаты центра масс, работа силового поля и др.).	Всего аудиторных часов		
		12	12	0
		Онлайн		
		0	0	0
6 - 7	<b>Несобственные интегралы</b> Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости. Абсолютная и условная	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0



	сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения. Первоначальное знакомство с некоторыми специальными функциями (Г- и В-функции, интегральный логарифм и др.).			
8	<b>Метрические пространства и функции многих переменных</b> Понятие метрического координатного n-мерного пространства. Определение евклидова пространства $E_n$ . Расстояние в $E_n$ . Неравенство Коши- Буняковского. Понятие окрестности, внутренней, граничной точки множества, границы множества, открытого множества, замкнутой области. Сходящиеся последовательности точек в $E_n$ . Критерий Коши сходимости последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Функция точки n-мерного евклидова пространства. Предел функции. Повторные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Простейшие свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Свойства функций, непрерывных на ограниченных замкнутых множествах. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции.	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
9-15	<b>Часть 2</b>	28	28	0
9 - 11	<b>Частные производные и их приложения</b> Понятие дифференцируемой функции и полного дифференциала. Частные производные. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Теорема Эйлера об однородных функциях. Понятие производной по направлению. Понятие гладкой поверхности. Способы задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Элемент площади поверхности. Градиент функции, его основные свойства. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.	Всего аудиторных часов		
		12	12	0
		Онлайн		
		0	0	0
12	<b>Формула Тейлора для функций многих переменных</b> Частные производные высших порядков, условия их независимости от порядка дифференцирования. Дифференциалы высших порядков. Теорема Лагранжа. Формула Тейлора. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции двух и большего числа переменных	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
13 - 14	<b>Неявные функции</b> Теорема о неявной функции, определяемой уравнением $f(x,y) = 0$ . Теоремы о неявной функции двух переменных и неявных функциях, определяемых системой уравнений (формулировка). Якобианы и их свойства, вычисление	Всего аудиторных часов		
		8	8	0
		Онлайн		
		0	0	0

	производных неявных функций. Понятие отображения. Взаимно-однозначное отображение. Обратное отображение. Дифференцируемое отображение. Регулярное отображение и его свойства. Формулировка теоремы о локальной обратимости регулярного отображения. Понятие зависимости системы функций. Функциональная матрица Якоби, её ранг. Необходимые условия зависимости функций. Достаточные условия.			
15	<b>Условные экстремумы</b> Условный экстремум. Необходимые условия условного экстремума при наличии связей (метод неопределённых множителей Лагранжа).	Всего аудиторных часов		
		4	4	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Недели	Темы занятий / Содержание
	<i>1 Семестр</i>
1	<b>Множества</b> Множество, операции над множествами (пересечение, объединение, разность множеств). Отображение множеств, взаимно однозначное соответствие. Счётные и несчётные множества. Некоторые понятия математической логики. Условие, заключение, отрицание. Кванторы, формальное построение отрицаний с помощью кванторов. Метод математической индукции. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Счётность множества рациональных чисел и его плотность во множестве действительных чисел.
2 - 3	<b>Предел последовательности</b> Последовательность и её предел. Свойства сходящихся последовательностей (сходимость модуля, ограниченность, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх последовательностях). Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной ограниченной последовательности. Число «е». Подпоследовательности.

	Верхний и нижний пределы последовательности. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
4 - 8	<p><b>Предел функции. Непрерывность функции.</b>  Функция, её области определения и значений. Способы задания функций (в частности, неявное и параметрическое задание). Арифметические действия над функциями. Сложная и обратная функции. Основные элементарные функции. Ограниченные функции, точная верхняя и нижняя грани функции на множестве. Предел функции в точке. Эквивалентность двух определений предела функции в точке. Односторонние пределы. Свойства пределов функций (единственность предела, предел модуля функции, арифметические свойства пределов, локальная ограниченность функции, сохранение знака, предельный переход в неравенствах, теорема о трёх функциях, предел сложной функции). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. «Замечательные» пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. О-символика.  Непрерывность функции в точке. Эквивалентные определения непрерывности. Точки разрыва функции и их классификация. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции. Множество точек разрыва монотонной функции. Критерий непрерывности монотонной функции. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.</p>
9 - 14	<p><b>Производная. Дифференцируемость функций.</b>  Понятие производной. Односторонние производные. Дифференцируемость функции, её дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Уравнение касательной и нормали к графику функции, геометрический смысл производной и дифференциала. Основные свойства производной и дифференциала. Непрерывность функции, имеющей производную. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.  Локальный экстремум. Правило Лопиталья раскрытия неопределённостей. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано. Единственность коэффициентов разложения по формуле Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа и в форме Коши. Формулы Тейлора (Маклорена) для основных элементарных функций: <math>\exp</math>, <math>\sin x</math>, <math>\cos x</math>, <math>\operatorname{sh} x</math>, <math>\operatorname{ch} x</math>, <math>\ln(1+x)</math>.</p>
15 - 16	<p><b>Исследование функций с помощью производных</b>  Условие постоянства и монотонности функции на отрезке. Экстремумы функции. Стационарные точки. Необходимые</p>

	<p>условия экстремума функции, имеющей производную. Достаточные условия экстремума функции (исследование по первым и высшим производным). Выпуклые функции, условия выпуклости функции. Точки перегиба графика функции. Асимптоты графика функции. Схема исследования функции при построении графика. Элементы теории кривых. Векторная функция скалярного аргумента. Операции над векторными функциями, непрерывность, дифференцируемость. Правила дифференцирования (произведение скалярной функции на векторную, скалярное и векторное произведения).</p>
	<i>2 Семестр</i>
1 - 2	<p><b>Первообразная и неопределенный интеграл</b>  Первообразная функция и неопределённый интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование посредством замены переменного и по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.</p>
3 - 5	<p><b>Определенный интеграл</b>  Определение интегрируемой функции и определённого интеграла. Суммы Дарбу и их свойства. Интегрируемость непрерывной функции, монотонной функции и некоторых разрывных функций. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность и дифференцируемость. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определённого интеграла по частям и при помощи подстановки. Некоторые приложения определённых интегралов. Вычисление длины дуги гладкой кривой. Понятие площади плоской фигуры. Вычисление площади в декартовых и полярных координатах. Объём и боковая поверхность тела вращения. Некоторые физические приложения определённого интеграла (масса тела, координаты центра масс, работа силового поля и др.).</p>
6 - 8	<p><b>Несобственные интегралы</b>  Несобственные интегралы по бесконечным промежуткам и от неограниченных функций. Сходимость. Критерий Коши. Простейшие признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле (формулировки). Замена переменного под знаком несобственного интеграла. Интегрирование по частям. Понятие интеграла в смысле главного значения. Первоначальное знакомство с некоторыми специальными функциями (<math>\Gamma</math>- и <math>B</math>-функции, интегральный логарифм и др.).</p>
9 - 11	<p><b>Частные производные и их приложения</b>  Частные производные. Необходимые условия дифференцируемости функции. Достаточные условия дифференцируемости функции. Частные производные сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала первого порядка. Производная по направлению. Понятие гладкой поверхности. Способы</p>

	задания поверхности (параметрический, в явном виде). Нормаль и касательная плоскость к поверхности. Элемент площади поверхности. Градиент функции, его основные свойства. Геометрический смысл полного дифференциала функции двух переменных.
12	<b>Формула Тейлора для функций многих переменных</b> Дифференциалы высших порядков. Теорема Лагранжа. Формула Тейлора. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума функции. Достаточные условия экстремума функции двух и большего числа переменных
13 - 14	<b>Неявные функции</b> Якобианы и их свойства, вычисление производных неявных функций. Взаимно-однозначное отображение. Обратное отображение. Дифференцируемое отображение. Регулярное отображение и его свойства. Зависимость системы функций. Функциональная матрица Якоби, её ранг. Необходимые условия зависимости функций. Достаточные условия.
15	<b>Условные экстремумы</b> Условный экстремум. Необходимые условия условного экстремума при наличии связей (метод неопределённых множителей Лагранжа).

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются различные образовательные технологии – аудиторные занятия проводятся в форме лекций и практических (семинарских) занятий. Для контроля усвоения студентом разделов данного курса используются тестовые технологии, то есть специальный банк вопросов в открытой и закрытой форме, ответы на которые позволяют судить об усвоении студентом данного курса. Самостоятельная работа студентов подразумевает под собой проработку лекционного материала с использованием рекомендуемой литературы. Предполагается использование современных образовательных технологий: компьютерная рассылка заданий, а также предлагается курс лекций и разбор опорных практических заданий.

## 7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)	Аттестационное мероприятие (КП 2)
УК-1	З-УК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15
	У-УК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15
	В-УК-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15

УКЕ-1	З-УКЕ-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15
	У-УКЕ-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15
	В-УКЕ-1	Э, КИ-8, КИ-15	Э, КИ-8, КИ-15

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69	3 – «удовлетворительно»	E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64			
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

#### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. ЭИ О-75 Основы математического анализа Ч. 1 Основы математического анализа, : , 2021
2. ЭИ Д 30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие, Санкт-Петербург: Лань, 2020
3. ЭИ О-66 Определенный интеграл. Практикум Ч.2 , , Москва: НИЯУ МИФИ, 2010
4. 517 И46 Основы математического анализа Ч. 1 , , Москва: Физматлит, 2008
5. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Б. П. Демидович, Москва: АСТ, 2010
6. ЭИ Г85 Математический анализ 1 : курс лекций, С. А. Гришин, Москва: МИФИ, 2008
7. 517 Ш34 Начала математического анализа. Числа и множества чисел. Последовательности и их пределы. Пределы и непрерывность функций. Дифференциальное исчисление функций одной переменной) : учебное пособие для вузов, С. В. Шведенко, Москва: НИЯУ МИФИ, 2011

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 517 Ф65 Курс дифференциального и интегрального исчисления Т.1 , , Москва: Физматлит; Лаборатория знаний, 2006
2. 517 Д30 Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие для вузов, Б. П. Демидович, Москва: АСТ, 2010
3. ЭИ З-39 Зачет по математическому анализу. 1 семестр : , С. А. Гришин [и др.], Москва: МИФИ, 2009

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

#### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

### **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

### **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

1.1. Методические рекомендации для подготовки к практическим занятиям

Программа курса и семестровый календарный план составлены так, что темы практических занятий следуют за темами лекций, и они доступны каждому студенту на сайте НИЯУ «МИФИ». Чтобы хорошо подготовиться к семинарскому занятию, необходимо, прежде всего, проработать лекционный материал. Все непонятные вопросы теории можно (и нужно) задать преподавателю в начале практического занятия.

На семинарах, как правило, рассматриваются вопросы и задачи, дающие возможность более глубоко постичь изучаемый раздел курса. Во время семинарских занятий учат правильно ставить и решать задачи, а также анализировать их решения. По теме, пройденной на семинаре, даются задачи для самостоятельного решения. Усвоение темы во многом зависит от осмысленного выполнения и вдумчивого решения заданных задач. Нерешенные дома задачи разбираются преподавателем на следующем семинаре.

При решении задач целесообразно руководствоваться следующими правилами. Прежде всего необходимо хорошо вникнуть в суть задачи, записать кратко ее условие. Если позволяет характер задачи, обязательно сделать рисунок, поясняющий ее сущность. За редким исключением, каждая задача должна быть сначала решена в общем виде, т.е. в буквенных обозначениях.

Решение задачи принесет наибольшую пользу только в том случае, когда обучающийся решит ее самостоятельно. Решить задачу без помощи, без подсказки часто бывает нелегко и не всегда удается. Но даже не увенчавшиеся успехом попытки найти решение, если они предпринимались достаточно настойчиво, приносят ощутимую пользу, так как развивают мышление и укрепляют волю. Следует иметь в виду, что решающую роль в работе над поставленными задачами, как и вообще в науке, играют сила воли и трудолюбие.

## 1.2. Методические рекомендации для усвоения теоретического курса

Для успешного усвоения курса аналитической геометрии на первом курсе необходимо придерживаться определенной методики. Основное условие успеха – систематические занятия. Почти бесполезно только читать любой учебник, его необходимо конспектировать, т.е. записывать самое главное из того, что прочитано (записывать нужно свои мысли, а не переписывать текст учебника). Все, что осталось непонятным, нужно на ближайшем занятии (лекция, семинар) спросить у преподавателя, после чего записать самое главное из вновь понятого, а об оставшемся неясным (так бывает) переспросить.

После того, как вы научились давать определения, формулировать аксиомы, леммы и теоремы (математически правильно и грамматически верно), можно считать изучение данного раздела законченным. Ничего, включая важнейшие выводы, определения и формулировки, не надо учить наизусть, тем более доказательства разных утверждений. При необходимости понятый и закрепленный материал вы сможете легко вспомнить. Прорабатывая материал, полезно пользоваться разными учебниками. При подготовке к экзаменам вам достаточно будет собственного конспекта.

Для аттестации по разделам (допуска к экзамену) студенту необходимо получить не менее 60% от максимального числа баллов за каждый раздел дисциплины. Экзамен считается сданным, если за знание теоретической части студент получит не менее 60% от максимального числа баллов, т.е. не менее 30 баллов. Итоговая оценка за семестр по дисциплине (экзаменационная) ставится сложением полученных баллов за контроль практики с оценкой знаний теории.



## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ

### 1. Основные принципы обучения математическим дисциплинам

1.1. Основная цель обучения – научить студентов логически мыслить; познакомить с аксиомами в математике и методами доказательства различного рода утверждений; научить применять полученные теоретические знания к решению математических и физических задач.

1.2. Обучение должно органически сочетаться с воспитанием. Необходимо развивать в студентах волевые качества и трудолюбие. Ненавязчиво, к месту прививать элементы культуры поведения. Преподаватель должен личным примером воспитывать в студентах пунктуальность и уважение к чужому времени: входить в аудиторию со звонком, заканчивать занятия также со звонком, даже если для этого придется прерваться на полуслове. После финишного звонка начинается личное время студента, посягать на которое преподаватель не имеет права.

1.3. Обучение не должно быть пассивным. Выписав задание на доске, преподаватель должен интересоваться, как у студентов продвигается решение поставленных задач, и, при необходимости, организовать разбор наиболее трудных из них. Одно из важнейших условий успешного обучения – суметь организовать работу студентов.

1.4. Необходимо строить обучение так, чтобы в овладении материалом основную роль играла память логическая, а не формальная. Запоминание должно достигаться через глубокое понимание. Нужно непримиримо бороться с «зубрежкой».

1.5. Отношение преподавателя к студентам должно носить характер доброжелательной требовательности. Для стимулирования работы студентов надо использовать поощрение, похвалу, одобрение, но не порицание (порицание может применяться лишь в исключительных случаях).

1.6. Преподаватель должен быть для студентов доступным. Не старайтесь выглядеть всезнающим и непогрешимым, не стыдитесь признаваться в ошибках или незнании чего-либо. Это не уронит, а, напротив, упрочит ваш авторитет.

1.7. Необходим регулярный контроль за работой студентов. Правильно построенный, он помогает им организоваться в занятиях, а преподавателю – оказать студенту в нужный момент необходимую помощь.

### 2. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции

2.1. При чтении лекций необходимо придерживаться календарного плана, разработанного на кафедре по данной дисциплине (см. Рабочую программу учебной дисциплины).

2.2. Проводить коррекцию плана семинарских занятий по читаемому курсу, чтобы те преподаватели, которые ведут практические занятия в группах данного потока знали, какие темы прочитаны, а какие еще нет. Лектор должен отслеживать ход проведения практических занятий по данной дисциплине.

2.3. Курировать работу молодых преподавателей, ведущих практические занятия по данной дисциплине. При необходимости оказывать методическую помощь нуждающимся при проведении сложных тем.

2.4. Необходимо проводить консультации по прочитанному материалу с разъяснением трудно воспринимаемых разделов.

### 3. Методические рекомендации преподавателям, читающим лекции впервые

3.1. Процесс подготовки лекции состоит в следующем. Необходимо сразу после

прочтения очередной лекции начинать готовиться к следующей. Составить план лекции, в котором указать, какие вопросы и в какой последовательности будут излагаться.

Подготовить конспект лекции, а затем попытаться, не заглядывая в учебник или конспект, проделать необходимые выкладки. Затем за 1-2 дня до лекции вам надо повторить этот процесс. Если вам удастся записать читаемый материал без каких-либо затруднений, можете быть уверенными, что во время лекции вы не собьетесь.

3.2. Лекции должны быть эмоционально окрашенными. Необходимо увлекать слушателей своей эрудицией. Читая лекцию, нужно стремиться будить мысль, рассуждать вслух, вовлекая в этот процесс студентов. Когда бывает возможно, предлагать студентам сообразить, каким может быть искомый результат. Надо стараться подчеркивать логику рассуждений при доказательствах тех или иных утверждений, приучая студентов к логическому мышлению.

3.3. Желательно придерживаться следующей техники чтения лекции. В начале лекции надо напомнить, что было в предыдущий раз, затем дать краткий обзор для ориентировки, т.е. о чем пойдет речь в предстоящей лекции. Читая лекцию, нужно все время заботиться о том, чтобы вас понимали.

Говорить громко, внятно, разборчиво. Писать крупно, аккуратно и четко. Не надо бегать перед доской, мельтешить перед студентами – это мешает слушателям сосредоточиться. Вместе с тем, не следует уподобляться истукану.

3.4. Необходимо понимать самому и разъяснить это студентам, что в учебнике и в лекции могут рассматриваться одни и те же вопросы, но в разных ракурсах и различными выразительными средствами. В отличие от учебника в лекции используются жесты, мимика, большая свобода и выразительность речи. Можно сказать, что лекция и учебник не дублируют, а дополняют друг друга.

#### 4. Методические рекомендации преподавателям, ведущим практические занятия

4.1. Очень важно добиться того, чтобы с самого начала сложились правильные взаимоотношения между преподавателем и студентами. Со стороны преподавателя характер отношения к студентам определяется словами: доброжелательная требовательность. Со стороны студентов желательно, чтобы они относились к преподавателю с доверием и искренностью, не пытались обманывать.

4.2. Основная и очень трудная задача – добиться того, чтобы студент регулярно и интенсивно работал над теорией и домашними заданиями. Студенты должны быть приучены к этому с первого дня, чтобы это казалось им естественным, само собой разумеющимся.

4.3. В начале занятия надо проводить опрос, чтобы понять, насколько трудным оно было для студентов и как они усвоили предыдущий материал. При необходимости нужно разобрать наиболее трудные задачи на доске.

4.4. При проведении семинарских занятий необходимо придерживаться плана практических занятий по данной дисциплине (см. Фонд оценочных средств по данной дисциплине и соответствующему направлению).

4.5. Необходимо вовлекать студентов в активную работу на семинаре, вызывая к доске поочередно каждого студента. Это мобилизует их для изучения рассматриваемого материала.

4.6. Каждый преподаватель должен согласовывать с лектором дату проведения и тематику контрольных мероприятий. Результаты этих мероприятий должны быть объявлены студентам, а также показаны им их работы и объяснены те ошибки, которые они допустили.

4.7. Каждый преподаватель обязан своевременно подавать сведения о посещаемости практических занятий и о результатах проводимого контроля знаний в системе на сайте [eis.mephi.ru](http://eis.mephi.ru)

Автор(ы):

Клиндухов Владимир Васильевич, к.ф.-м.н.

Леонов Александр Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор