

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО НТС ЛАПЛАЗ

Протокол № 1/12-577

от 19.12.2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**НЕЛИНЕЙНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 03.04.01 Прикладные математика и физика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	KCP, час.	Форма(ы) контроля, экз./зач./КР/КП
1	3	108	32	16	0		24	0	Э
Итого	3	108	32	16	0	0	24	0	

## **АННОТАЦИЯ**

Основной целью курса является освоение студентами современных математических методов построения нелинейных математических моделей и их приложения в различных областях, включая физику, биологию, экономику и другие науки.

Внимание студентов акцентируется на наиболее часто используемых в современной теории и практике методах построения нелинейных уравнений математических моделей, и их предварительном анализе на качественном уровне с учетом упрощения исходных предположений для исследования линейных и нелинейных процессов. Программа курса содержит детерминированные математические модели, основанные на использовании уже прочитанных студентам математических курсов – математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, уравнения математической физики, численные методы и др.

### **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целями освоения учебной дисциплины являются освоение современных математических методов построения математических моделей и постановок задач, описываемых нелинейными уравнениями в частных производных, обыкновенными дифференциальными и алгебраическими уравнениям с учетом начальных и граничных условий и их приложений в различных областях науки, включая, прежде всего физику, биологию и экономику, а так же формирование у магистров навыков необходимых для успешной научной и профессиональной деятельности в различных областях математики, физики и при проведении численного моделирования различных процессов, встречающихся в технологиях и в науке

### **2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО**

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: математика, математический анализ, линейная алгебра, геометрия, аналитическая геометрия, теория функций комплексного переменного, дополнительные главы теории функций комплексного переменного, функциональный анализ, теория групп, уравнения математической физики, математические модели механики сплошной среды.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по курсам общей физики, дифференциальным уравнениям, вариационному исчислению. Необходимо уметь работать с матрицами, решать дифференциальные и интегральные уравнения, знать дифференциальное и интегральное исчисление, пользоваться пакетами прикладных программ Maple.

Полученные знания используются, в частности, при изучении курсов и подготовке диссертационных работ магистров.

### **3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ**

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
--------------------------------	--

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

<b>Задача профессиональной деятельности (ЗПД)</b>	<b>Объект или область знания</b>	<b>Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)</b>	<b>Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции</b>
<b>научно-исследовательский</b>			
планирование и проведение теоретических исследований, разработка новых физических и математических, в том числе компьютерных, моделей изучаемых процессов и явлений, анализ и синтез данных аналитических исследований в предметной области	модели, методы и средства фундаментальных и прикладных исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах научноемкого производства, управления и бизнеса	<p>ПК-1 [1] - Способен самостоятельно и (или) в составе исследовательской группы разрабатывать, исследовать и применять математические модели для качественного и количественного описания явлений и процессов и (или) разработки новых технических средств</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008, 40.011</p>	<p>З-ПК-1[1] - Знать основные методы и принципы научных исследований, математического моделирования, основные проблемы профессиональной области, требующие использования современных научных методов исследования для качественного и количественного описания явлений и процессов и (или) разработки новых технических средств. ;</p> <p>У-ПК-1[1] - Уметь ставить и решать прикладные исследовательские задачи, оценивать результаты исследований; проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива;</p> <p>В-ПК-1[1] - Владеть навыками выбора и использования математических моделей для научных исследований и (или) разработки новых</p>

			технических средств самостоятельно и (или) в составе исследовательской группы.
планирование и самостоятельное проведение наблюдений и измерений, планирование, постановка и оптимизация проведения экспериментов в предметной области исследований, выбор эффективных методов обработки данных и их реализация	модели, методы и средства фундаментальных и прикладных исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах наукоемкого производства, управления и бизнеса	ПК-2 [1] - Способен критически оценивать применяемые методики и методы исследования  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008	З-ПК-2[1] - Знать методики оценки и выбора методов исследования.; У-ПК-2[1] - Уметь критически оценивать применяемые методики и методы исследования; В-ПК-2[1] - Владеть навыками оценки методов исследования по выбранным критериям.
производственно-технологический			
разработка математических моделей, технологий для решения инженерных, технических и информационных задач	модели, методы и средства фундаментальных и прикладных исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах наукоемкого производства, управления и бизнеса	ПК-9 [1] - Способен проводить математическое и компьютерное моделирование объектов, систем, процессов и явлений в избранной предметной области  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001	З-ПК-9[1] - Знать основные методы и принципы математического и компьютерного моделирования объектов, систем, процессов и явлений в избранной предметной области. ; У-ПК-9[1] - Уметь применять методы математического и компьютерного моделирования объектов, систем, процессов и явлений в избранной предметной области; В-ПК-9[1] - Владеть навыками математического и компьютерного моделирования объектов, систем,

			процессов и явлений
экспертно-аналитический			
планирование и проведение теоретических исследований, разработка новых физических и математических, в том числе компьютерных, моделей изучаемых процессов и явлений, анализ и синтез данных аналитических исследований в предметной области	модели, методы и средства фундаментальных и прикладных исследований и разработок в области математики, физики и других естественных и социально-экономических наук по профилям предметной деятельности в науке, технике, технологиях, а также в сферах научноемкого производства, управления и бизнеса	ПК-10 [1] - Способен к построению аналитических и количественных моделей процессов в природе, технике и обществе и к выбору на их основе путей решения теоретических и практических проблем природного, экологического, технико-технологического характера  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008, 40.011	З-ПК-10[1] - Знать основные методы построения аналитических и количественных моделей процессов в природе, технике и обществе. ; У-ПК-10[1] - Уметь применять методы и принципы построения аналитических и количественных моделей процессов в природе, технике и обществе для решения теоретических и практических проблем природного, экологического, технико-технологического характера; В-ПК-10[1] - Владеть навыками построения аналитических и количественных моделей процессов в природе, технике и обществе и к выбору на их основе путей решения теоретических и практических проблем природного, экологического, технико-технологического характера

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

<b>№ п.п</b>	<b>Наименование раздела учебной дисциплины</b>	<b>Недели</b>	<b>Лекции/ Практ. (семинары) / Лабораторные работы, час.</b>	<b>Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)</b>	<b>Максимальный балл за раздел**</b>	<b>Аттестация раздела (форма*, неделя)</b>	<b>Индикаторы освоения компетенции</b>
<i>I Семестр</i>							
1	Первый раздел	1-8	16/8/0		25	КИ-8	З-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, З-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10
2	Второй раздел	9-16	16/8/0		25	КИ-16	З-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, З-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10
	<i>Итого за I Семестр</i>		32/16/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 1 Семестр</b>				50	Э	З-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, З-ПК-2, У-ПК-2, В-ПК-2, З-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, З-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

<b>Обозначение</b>	<b>Полное наименование</b>
КИ	Контроль по итогам
Э	Экзамен

## **КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН**

<b>Недели</b>	<b>Темы занятий / Содержание</b>	<b>Лек., час.</b>	<b>Пр./сем., час.</b>	<b>Лаб., час.</b>
	<i>1 Семестр</i>	32	16	0
<b>1-8</b>	<b>Первый раздел</b>	16	8	0
1 - 4	<b>Тема 1. Классические нелинейные математические модели</b> Понятие о нелинейной математической модели. Примеры математических моделей. Линейные и нелинейные математические модели. Приближение механики сплошной среды. Условие приближения механики сплошной среды. Уравнения газовой динамики. Уравнение непрерывности. Уравнение сохранения импульса для газа. Уравнения сохранения энергии при движении газа. Закон Фурье для теплопроводности. Линейное и нелинейное уравнения теплопроводности. Закон Дарси для фильтрации газа и жидкости. Уравнения фильтрации газа в пористой среде. Размерные и безразмерные переменные при построении математических моделей. Преимущество и недостатки использования размерных и безразмерных переменных. Некоторые постановки задач для движения газа. Постановки задач для описания процессов теплопроводности газа. Постановки задач о фильтрации газа в пористой среде.	Всего аудиторных часов 8      4      0 Онлайн 0      0      0		
5 - 8	<b>Тема 2. Современные нелинейные математические модели</b> Нелинейное уравнение переноса при описании физических процессов. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения переноса. Уравнение Бюргерса. Преобразование Коула — Хопфа. Решение задачи Коши для уравнения Бюргерса. Вывод уравнения Кортевега — де Вриза для описания волн на мелкой воде. Постановка задач о гравитационных волнах. Приближения, используемые при выводе уравнения Кортевега-де Вриза. Простейшие решения уравнения Кортевега — де Вриза. Иерархия уравнений Кортевега-де Вриза. Обобщение уравнения Кортевега — де Вриза — уравнение Кадомцева — Петвиашвили для двумерного случая. Модель для описания возмущений в цепочке одинаковых масс. Модель Ферми — Паста — Улама. Уравнение Буссинеска. Открытие солитона Кортевега-де Вриза. Вычислительный эксперимент Крускала и Забуски. Модифицированное уравнение Кортевега — де Вриза. Простейшие решения модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза. Иерархия модифицированного уравнения Кортевега-де	Всего аудиторных часов 8      4      0 Онлайн 0      0      0		

	Вриза. Модифицированное уравнение Кортевега — де Вриза в автомодельных переменных. Нахождение уравнений в автомодельных переменных. Понятие о локальной группе преобразований Ли. Автомодельные переменные, как инвариантные решения уравнений относительно групп преобразований растяжения. Второе уравнение Пенлевею. Уравнение Кортевега-де Вриза в автомодельных переменных. Связь уравнения Кортевега — де Вриза, записанного в автомодельных переменных со вторым уравнениями Пенлеве.			
<b>9-16</b>	<b>Второй раздел</b>	16	8	0
9 - 12	<b>Тема 3. Математические модели для описания волновых пакетов</b> Фазовая и групповая скорость волн. Дисперсия волн. Пример диспергирующих волн. Пакет волн. Нелинейное уравнение Шредингера для описания огибающей волнового пакета. Простейшие решения нелинейного уравнения Шредингера в переменных бегущей волны. Понятие о групповом солитоне. Автомодельные решения нелинейного уравнения Шредингера. Уравнение Гинзбурга — Ландау, как обобщение нелинейного уравнения Шредингера.	Всего аудиторных часов 8 Онлайн 0	4 0	0
13 - 16	<b>Тема 4. Нелинейные математические модели, описываемые неинтегрируемыми уравнениями</b> Интегрируемые и неинтегрируемые нелинейные математические модели. Уравнение синус-Гордона для описания дислокаций в твердом теле, как пример интегрируемой модели. Понятие о топологическом солитоне. Уравнение Курамото — Сивашинского при описании фронта пламени и при описании стекания жидкости по наклонной плоскости. Уравнения пятого порядка при описании волн под ледяным покровом. Уравнения, встречающиеся при описании процессов популяции: уравнение Колмогорова — Петровского — Пискунова и уравнение Бюргерса — Хаксли. Постановки задач при описании популяций. Модель Хенона — Хейлеса при исследовании движения звезды в поле галактики, как пример модели, в которой возникает детерминированный хаос. Вывод системы Лоренца при описании конвекции газа и жидкости. Свойства модели Лореца. Устойчивость стационарных точек по Ляпунову. Возникновение странного аттрактора.	Всего аудиторных часов 8 Онлайн 0	4 0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы
АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации

Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. При выполнении домашнего задания студенты широко используют компьютерные технологии, в том числе программу аналитических вычислений Maple. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые методы построения точных решений нелинейных уравнений в частных производных, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

Помимо этого, существенная доля занятий проводится в интерактивной форме и предполагает активное обсуждение пройденного материала, групповой разбор и обсуждение ошибок, вопросов и затруднений, возникающих при подготовке индивидуальных домашних заданий, а также индивидуальную сдачу самого домашнего задания преподавателю.

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ПК-1	З-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-10	З-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-2	З-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-2	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-9	З-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16

### Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-ех балльной шкале	Оценка ECTS	Требования к уровню освоению учебной дисциплины
90-100	5 – «отлично»	A	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко иочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответе материал монографической литературы.
85-89	4 – «хорошо»	B	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.
75-84		C	
70-74		D	
65-69		E	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала.
60-64	3 – «удовлетворительно»		
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	F	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 533 М80 Введение в теорию горячей плазмы Ч.1 , Морозов Д.Х., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
2. ЭИ П 60 Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : , Поршнев С. В., Санкт-Петербург: Лань, 2022
3. ЭИ И 15 Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности : учебное пособие, Ибрагимов Н. Х., Москва: Физматлит, 2012

## **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. 517 К88 Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений : , Кудряшов Н.А., М.: Ижевск, 2004

2. 517 К88 Методы нелинейной математической физики : , Кудряшов Н.А., Долгопрудный: Интеллект, 2010

## **ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:**

Специальное программное обеспечение не требуется

## **LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:**

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Большая часть лекционных и практических занятий проводится в интерактивной форме с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий проводится активное обсуждение и анализ современных научных работ, вопросов и затруднений возникающих в процессе подготовки заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

Для допуска к экзамену необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Практика показала, что для наиболее эффективного усвоения студентами материала данной дисциплины необходимо использовать интерактивные формы проведения занятий с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время лекционных занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия.

На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использование фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

Для допуска к экзамену необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Кудряшов Николай Алексеевич, д.ф.-м.н.,  
профессор