

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

ИНСТИТУТ ЛАЗЕРНЫХ И ПЛАЗМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОДОБРЕНО УМС ЛАПЛАЗ

Протокол № 1/08-577

от 29.08.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**НЕЛИНЕЙНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ (NONLINEAR MATHEMATICAL MODELS)**

Направление подготовки  
(специальность)

[1] 01.04.02 Прикладная математика и информатика

Семестр	Трудоемкость, кред.	Общий объем курса, час.	Лекции, час.	Практич. занятия, час.	Лаборат. работы, час.	В форме практической подготовки/ В	СРС, час.	КСР, час.	Форма(ы) контроля, экс./зач./КР/КП
1	4	144	32	16	0		60	0	Э
Итого	4	144	32	16	0	0	60	0	

## АННОТАЦИЯ

Основной целью курса является освоение студентами современных математических методов построения нелинейных математических моделей и их приложения в различных областях, включая физику, биологию, экономику и другие науки.

Внимание студентов акцентируется на наиболее часто используемых в современной теории и практике методах построения нелинейных уравнений математических моделей, и их предварительном анализе на качественном уровне с учетом упрощения исходных предположений для исследования линейных и нелинейных процессов. Программа курса содержит детерминированные математические модели, основанные на использовании уже прочитанных студентам математических курсов – математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия, уравнения математической физики, численные методы и др.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения учебной дисциплины являются освоение современных математических методов построения математических моделей и постановок задач, описываемых нелинейными уравнениями в частных производных, обыкновенными дифференциальными и алгебраическими уравнениями с учетом начальных и граничных условий и их приложений в различных областях науки, включая, прежде всего физику, биологию и экономику, а так же формирование у магистров навыков необходимых для успешной научной и профессиональной деятельности в различных областях математики, физики и при проведении численного моделирования различных процессов, встречающихся в технологии и в науке

### 2. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВО

Дисциплина логически и содержательно-методически связана с материалами следующих дисциплин, читаемых студентам физико-математических специальностей: математика, математический анализ, линейная алгебра, геометрия, аналитическая геометрия, теория функций комплексного переменного, дополнительные главы теории функций комплексного переменного, функциональный анализ, теория групп, уравнения математической физики, математические модели механики сплошной среды.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по курсам общей физики, дифференциальным уравнениям, вариационному исчислению. Необходимо уметь работать с матрицами, решать дифференциальные и интегральные уравнения, знать дифференциальное и интегральное исчисление, пользоваться пакетами прикладных программ Maple.

Полученные знания используются, в частности, при изучении курсов и подготовке диссертационных работ магистров.

### 3. ФОРМИРУЕМЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Универсальные и(или) общепрофессиональные компетенции:

Код и наименование	Код и наименование индикатора достижения
--------------------	--

<b>компетенции</b>	<b>компетенции</b>
--------------------	--------------------

Профессиональные компетенции в соответствии с задачами и объектами (областями знаний) профессиональной деятельности:

Задача профессиональной деятельности (ЗПД)	Объект или область знания	Код и наименование профессиональной компетенции; Основание (профессиональный стандарт-ПС, анализ опыта)	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<b>научно-исследовательский</b>			
Проведение научных исследований методами математического моделирования и прогнозирования самостоятельно и в составе научного коллектива.	Физические, технологические, экономические и др. явления и процессы, математические модели и алгоритмы, численные методы, комплексы прикладных компьютерных программ, прикладные интернет-технологии.	ПК-1 [1] - способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 06.001, 06.017	З-ПК-1[1] - Знать основные методы и принципы научных исследований, математического моделирования, основные проблемы профессиональной области, требующие использования современных научных методов исследования. ; У-ПК-1[1] - Уметь ставить и решать прикладные исследовательские задачи; оценивать результаты исследований; формулировать результаты проведенного исследования в виде конкретных рекомендаций, проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива. ; В-ПК-1[1] - Владеть навыками выбора и использования математических средств научных

			исследований, методами анализа и синтеза научной информации.
<b>проектный</b>			
Постановка целей и задач проектов в области профессиональной деятельности, разработка стратегии их достижения, формирование критериев и показателей эффективности проекта, создание концептуальных и теоретических моделей решаемых задач.	Методы, средства, технологии, используемые при разработке и реализации инновационных проектов и планировании ресурсов; информация, содержащаяся в научно-исследовательских и технологических отчетах, статьях, патентах и тп; математические модели, методы, алгоритмы; наукоемкое программное обеспечение.	ПК-5 [1] - способен четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 40.008, 40.033	З-ПК-5[1] - Знать основные цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач. ; У-ПК-5[1] - Уметь четко формулировать цели и задачи научно-прикладных проектов, разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых задач; В-ПК-5[1] - Владеть навыками разработки теоретических моделей решаемых задач.
<b>педагогический</b>			
Педагогический дизайн и реализация образовательных программ и учебных дисциплин, на основе современных подходов и методик в том числе с использованием информационных и коммуникационных технологий в области прикладной математики и информатики.	Средства, технологии, ресурсы и сервисы электронного обучения и мобильного обучения, прикладные интернет-технологии.	ПК-9 [1] - способен использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности  <i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 01.003	З-ПК-9[1] - Знать основные цели и задачи, особенности содержания и организации педагогического процесса. ; У-ПК-9[1] - Уметь использовать современные информационные технологии в образовательной деятельности.; В-ПК-9[1] - Владеть навыками использования современных информационных технологий в образовательной деятельности.
Разработка образовательных	Педагогическая деятельность с	ПК-10 [1] - способен осуществлять	З-ПК-10[1] - Знать основные цели и

<p>программ высшего образования и дополнительного профессионального образования, разработка учебно-методических материалов по дисциплинам в области математических и компьютерных наук, проведение лекционных, практических и лабораторных занятий по основным, факультативным дисциплинам и спецкурсам в области прикладной математики и информатики.</p>	<p>учетом специфики предметной области в образовательных организациях.</p>	<p>подготовку и переподготовку кадров в области прикладной математики и информационных технологий</p> <p><i>Основание:</i> Профессиональный стандарт: 01.003</p>	<p>задачи, особенности содержания и организации педагогического процесса на основе компетентностного подхода; психологические особенности обучающихся; современные технологии диагностики и оценивания качества образовательного процесса; особенности педагогического взаимодействия в условиях изменяющегося образовательного пространства. ; У-ПК-10[1] - Уметь организовывать образовательно-воспитательный процесс в изменяющихся социокультурных условиях; применять психолого-педагогические знания в разных видах образовательной деятельности.; В-ПК-10[1] - Владеть навыками организации педагогического процесса для подготовки и переподготовки кадров в области прикладной математики и информационных технологий</p>
--	--	--	--

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Разделы учебной дисциплины, их объем, сроки изучения и формы контроля:

№ п.п	Наименование раздела учебной дисциплины	Недели	Лекции/ Практи. (семинары) / Лабораторные работы, час.	Обязат. текущий контроль (форма*, неделя)	Максимальный балл за раздел**	Аттестация раздела (форма*, неделя)	Индикаторы освоения компетенции
	<i>1 Семестр</i>						
1	Первый раздел	1-8	16/8/0		25	КИ-8	3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-9, В-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10, У-ПК-5, В-ПК-5, 3-ПК-9
2	Второй раздел	9-16	16/8/0		25	КИ-16	3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5, 3-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10
	<i>Итого за 1 Семестр</i>		32/16/0		50		
	<b>Контрольные мероприятия за 1 Семестр</b>				50	Э	3-ПК-1, У-ПК-1, В-ПК-1, 3-ПК-5, У-ПК-5, В-ПК-5, 3-ПК-9, У-ПК-9, В-ПК-9, 3-ПК-10, У-ПК-10, В-ПК-10

\* – сокращенное наименование формы контроля

\*\* – сумма максимальных баллов должна быть равна 100 за семестр, включая зачет и (или) экзамен

Сокращение наименований форм текущего контроля и аттестации разделов:

<b>Обозначение</b>	<b>Полное наименование</b>
КИ	Контроль по итогам
Э	Экзамен

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Недели	Темы занятий / Содержание	Лек., час.	Пр./сем., час.	Лаб., час.
	<i>1 Семестр</i>	32	16	0
<b>1-8</b>	<b>Первый раздел</b>	16	8	0
1 - 4	<b>Тема 1. Классические нелинейные математические модели</b> Понятие о нелинейной математической модели. Примеры математических моделей. Линейные и нелинейные математические модели. Приближение механики сплошной среды. Условие приближения механики сплошной среды. Уравнения газовой динамики. Уравнение непрерывности. Уравнение сохранения импульса для газа. Уравнения сохранения энергии при движении газа. Закон Фурье для теплопроводности. Линейное и нелинейное уравнения теплопроводности. Закон Дарси для фильтрации газа и жидкости. Уравнения фильтрации газа в пористой среде. Размерные и безразмерные переменные при построении математических моделей. Преимущество и недостатки использования размерных и безразмерных переменных. Некоторые постановки задач для движения газа. Постановки задач для описания процессов теплопроводности газа. Постановки задач о фильтрации газа в пористой среде.	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
5 - 8	<b>Тема 2. Современные нелинейные математические модели</b> Нелинейное уравнение переноса при описании физических процессов. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения переноса. Уравнение Бюргерса. Преобразование Коула — Хопфа. Решение задачи Коши для уравнения Бюргерса. Вывод уравнения Кортевега — де Вриза для описания волн на мелкой воде. Постановка задач о гравитационных волнах. Приближения, используемые при выводе уравнения Кортевега-де Вриза. Простейшие решения уравнения Кортевега — де Вриза. Иерархия уравнений Кортевега-де Вриза. Обобщение уравнения Кортевега — де Вриза — уравнение Кадомцева — Петвиашвили для двумерного случая. Модель для описания возмущений в цепочке одинаковых масс. Модель Ферми — Паста — Улама. Уравнение Буссинеска. Открытие солитона Кортевега-де Вриза. Вычислительный эксперимент Крускала и Забуски. Модифицированное уравнение Кортевега — де Вриза. Простейшие решения	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0

	модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза. Иерархия модифицированного уравнения Кортевега-де Вриза. Модифицированное уравнение Кортевега — де Вриза в автомодельных переменных. Нахождение уравнений в автомодельных переменных. Понятие о локальной группе преобразований Ли. Автомодельные переменные, как инвариантные решения уравнений относительно групп преобразований растяжения. Второе уравнение Пенлеве. Уравнение Кортевега-де Вриза в автомодельных переменных. Связь уравнения Кортевега — де Вриза, записанного в автомодельных переменных со вторым уравнением Пенлеве.			
<b>9-16</b>	<b>Второй раздел</b>	16	8	0
9 - 12	<b>Тема 3. Математические модели для описания волновых пакетов</b> Фазовая и групповая скорость волн. Дисперсия волн. Пример диспергирующих волн. Пакет волн. Нелинейное уравнение Шредингера для описания огибающей волнового пакета. Простейшие решения нелинейного уравнения Шредингера в переменных бегущей волны. Понятие о групповом солитоне. Автомодельные решения нелинейного уравнения Шредингера. Уравнение Гинзбурга — Ландау, как обобщение нелинейного уравнения Шредингера.	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0
13 - 16	<b>Тема 4. Нелинейные математические модели, описываемые неинтегрируемыми уравнениями</b> Интегрируемые и неинтегрируемые нелинейные математические модели. Уравнение синус-Гордона для описания дислокаций в твердом теле, как пример интегрируемой модели. Понятие о топологическом солитоне. Уравнение Курамото — Сивашинского при описании фронта пламени и при описании стекания жидкости по наклонной плоскости. Уравнения пятого порядка при описании волн под ледяным покровом. Уравнения, встречающиеся при описании процессов популяции: уравнение Колмогорова — Петровского — Пискунова и уравнение Бюргера — Хаксли. Постановки задач при описании популяций. Модель Хенона — Хейлеса при исследовании движения звезды в поле галактики, как пример модели, в которой возникает детерминированный хаос. Вывод системы Лоренца при описании конвекции газа и жидкости. Свойства модели Лоренца. Устойчивость стационарных точек по Ляпунову. Возникновение странного аттрактора.	Всего аудиторных часов		
		8	4	0
		Онлайн		
		0	0	0

Сокращенные наименования онлайн опций:

Обозначение	Полное наименование
ЭК	Электронный курс
ПМ	Полнотекстовый материал
ПЛ	Полнотекстовые лекции
ВМ	Видео-материалы

АМ	Аудио-материалы
Прз	Презентации
Т	Тесты
ЭСМ	Электронные справочные материалы
ИС	Интерактивный сайт

## 5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Лекции и семинары проводятся в традиционной форме. При выполнении домашнего задания студенты широко используют компьютерные технологии, в том числе программу аналитических вычислений Maple. При обсуждении тем лекционных занятий используются презентации, обсуждения последних научных работ, новые методы построения точных решений нелинейных уравнений в частных производных, рассказывается о работе с научной литературой. Обязательным является самостоятельная работа студентов, выполнение индивидуальных заданий, работа с литературой.

Помимо этого, существенная доля занятий проводится в интерактивной форме и предполагает активное обсуждение пройденного материала, групповой разбор и обсуждение ошибок, вопросов и затруднений, возникающих при подготовке индивидуальных домашних заданий, а также индивидуальную сдачу самого домашнего задания преподавателю.

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств по дисциплине обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущего, рубежного и промежуточного контроля по дисциплине.

Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения представлена в следующей таблице:

Компетенция	Индикаторы освоения	Аттестационное мероприятие (КП 1)
ПК-1	З-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-1	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-10	З-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-10	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-5	З-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-5	Э, КИ-8, КИ-16
ПК-9	З-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16
	У-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16
	В-ПК-9	Э, КИ-8, КИ-16

## Шкалы оценки образовательных достижений

Шкала каждого контрольного мероприятия лежит в пределах от 0 до установленного максимального балла включительно. Итоговая аттестация по дисциплине оценивается по 100-

балльной шкале и представляет собой сумму баллов, заработанных студентом при выполнении заданий в рамках текущего и промежуточного контроля.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со следующей шкалой:

Сумма баллов	Оценка по 4-х балльной шкале	Отметка о зачете	Оценка ECTS
90-100	5 – «отлично»	«Зачтено»	A
85-89	4 – «хорошо»		B
75-84			C
70-74			D
65-69	3 – «удовлетворительно»		E
60-64		F	
Ниже 60	2 – «неудовлетворительно»	«Не зачтено»	

Оценка «отлично» соответствует глубокому и прочному освоению материала программы обучающимся, который последовательно, четко и логически стройно излагает свои ответы, умеет тесно увязывать теорию с практикой, использует в ответах материалы монографической литературы.

Оценка «хорошо» соответствует твердым знаниям материала обучающимся, который грамотно и, по существу, излагает свои ответы, не допуская существенных неточностей.

Оценка «удовлетворительно» соответствует базовому уровню освоения материала обучающимся, при котором освоен основной материал, но не усвоены его детали, в ответах присутствуют неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности.

Отметка «зачтено» соответствует, как минимум, базовому уровню освоения материала программы, при котором обучающийся владеет необходимыми знаниями, умениями и навыками, умеет применять теоретические положения для решения типовых практических задач.

Оценку «неудовлетворительно» / отметку «не зачтено» получает обучающийся, который не знает значительной части материала программы, допускает в ответах существенные ошибки, не выполнил все обязательные задания, предусмотренные программой. Как правило, такие обучающиеся не могут продолжить обучение без дополнительных занятий.

## **7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА:**

1. 533 М80 Введение в теорию горячей плазмы Ч.1 , Морозов Д.Х., Москва: НИЯУ МИФИ, 2013
2. ЭИ П 60 Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB : , Поршнева С. В., Санкт-Петербург: Лань, 2022

3. ЭИ И 15 Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности : учебное пособие, Ибрагимов Н. Х., Москва: Физматлит, 2012

#### ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. 517 К88 Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений : , Кудряшов Н.А., М.: Ижевск, 2004

2. 517 К88 Методы нелинейной математической физики : , Кудряшов Н.А., Долгопрудный: Интеллект, 2010

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Специальное программное обеспечение не требуется

#### LMS И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСЫ:

<https://online.mephi.ru/>

<http://library.mephi.ru/>

### **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Специальное материально-техническое обеспечение не требуется

### **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

#### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Большая часть лекционных и практических занятий проводится в интерактивной форме с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий проводится активное обсуждение и анализ современных научных работ, вопросов и затруднений возникающих в процессе подготовки заданий.

На каждом занятии отмечается посещаемость студентов.

При изучении курса студентам рекомендуется внимательно ознакомиться с программой дисциплины, взять в библиотеке рекомендованную литературу.

#### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен

для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам:

на 8 и 16 неделе студенты сдают рубежный контроль - тестирование, контрольная работа и творческая работа (максимально студент может набрать 50 баллов).

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

Для допуска к экзамену необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ**

### **1. Проведение лекционных и практических занятий**

В рамках курса предусмотрено проведение лекционных и практических занятий. Лекционные и практические занятия проводятся с применением современных образовательных технологий. Используя прослушанный на лекциях материал, студенты должны научиться решать поставленные перед ними задачи.

Практика показала, что для наиболее эффективного усвоения студентами материала данной дисциплины необходимо использовать интерактивные формы проведения занятий с привлечением мультимедийных технологий. В рамках занятий следует проводить активное обсуждение и анализ современных научных работ, проводить групповой поиск ответов на вопросы возникающие у студентов при подготовке заданий и во время лекционных занятий. Основной упор на лекционных занятиях должен делаться на понимание излагаемого материала и умение его использовать при выполнении заданий.

На каждом занятии следует отмечать посещаемость студентов. Рекомендуется не допускать студентов до сдачи контрольных мероприятий регулярно пропускающих занятия.

На первом занятии необходимо ознакомить студентов с программой дисциплины, а также предложить литературу, которая потребуется для успешного освоения материала.

### **2. Организация контроля успеваемости студентов**

Организация контроля успеваемости студентов проводится с использованием фонда оценочных средств по данной дисциплине (ФОС). Фонд оценочных средств (ФОС) – является неотъемлемой частью учебно-методического комплекса учебной дисциплины и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу данной дисциплины.

При проведении текущего контроля успеваемости по дисциплине используются

- Контроль по итогам

Рубежный контроль проводится дважды: в середине и в конце семестра. Промежуточный контроль выставляется на основе экзамена.

Для допуска к экзамену необходимо закрыть на положительную оценку все предложенные в рамках текущего контроля задания.

Автор(ы):

Кудряшов Николай Алексеевич, д.ф.-м.н.,  
профессор